Муниципальное бюджетное образовательное учреждение

средняя образовательная школа №1 имени генерал- лейтенанта Б.П. Юркова

г.Зверева Ростовской области.

«Решение уравнения sin x + cos x = 1 различными способами»

Работа учителя математики Куца Фёдора Ивановича

Содержание работы:

1) Метод дополнительного угла.

2) Использование универсальной тригонометрической подстановки:

3) Сведение к однородному уравнению.

4) Преобразование суммы в произведение.

5) Возведение обеих частей уравнения в квадрат.

6) Применение формул двойного и половинного аргумента.

7) Применение основного тригонометрического тождества.

8) Разложение на множители.

9)Графическое решение уравнения.

**1) Метод дополнительного угла.**

Обе части уравнения делятся на выражение , вводится дополнительный угол

Пример. sin x + cos x = 1.

a = 1, b = 1

= = .

sin x + cos x = .

sin x + cos x = .

cossinx + sincosx = , sin(x + ) = ,

x + = (- 1)n arcsin + π n, x + = (- 1)n + π n,

x = - + (- 1)n + π n,n є Z .

**Ответ. x = - + (- 1)n + πn, n є Z.**

Или 2) sinsinx + coscosx = , cos(x - ) = ,

x - = ±arccos + 2π n, x - = ±+ 2π n,

x = ±+ 2π n,

**Ответ. x = ±+ 2πn, n є Z.**

**2) Использование универсальной тригонометрической подстановки:**

sin x = , cos x =

Пример. sin x + cos x = 1.

+ = 1, + = ,

- = 0, ( - 1) = 0.

= 0 или - 1 = 0.

1) = 0, = πn, x = 2πn, n є Z.

2) = 1, = + πk, x = + 2πk, k є Z.

**Ответ. x = 2πn, n є Z; x = + 2πk, k є Z.**

**3) Сведение к однородному уравнению.**

Пример. sinx + cosx = 1.

Используя формулы sinx = 2sincos, cosx = cos2  - sin2

и записывая правую часть уравнения в виде 1= cos2 + sin2, получаем:

2sincos + cos2 - sin2 = cos2 + sin2.

2 sin2 - 2sincos = 0.

Вынеся 2sinза скобки, получим равносильное уравнение

2 sin(sin - cos = 0.

Откуда 2sin = 0 или sin – cos

1) sin = 0. = n, x = 2πn, n є Z;

2) sin - cos = 0, sin = cos,

tg = 1. = +n , х = + 2n, n є Z.

**Ответ. x = 2πn, x = + 2πn, n є Z;**

**4)Преобразование суммы в произведение.**

Пример. sin x + cos x = 1.

Выразим cos x через sinx, используя формулы приведения: cos x = sin ( - x).

sin x + sin ( - x) = 1; 2 sincos = 1; 2 sin cos (x - ) = 1;

2∙ ∙ cos (x - ) = 1; cos (x - ) = .

x - = ± arccos +2n, x = ± +2n.

x = 2n, х = + 2n, n є Z.

**Ответ. x = 2πn, x = + 2πn, n є Z.**

**5) Возведение обеих частей уравнения в квадрат.**

Пример. sin x + cos x = 1.

(sin x + cos x )2 = 1; sin2 x + 2sin x cos x + cos x2 = 1; sin 2x + 1 = 1;

sin 2x = 0; 2x = πn; x = , n є Z.

При возведении уравнения в квадрат получаем уравнение – следствие, поэтому проведем проверку.

Проверка. 1) При х = 2πn, n є Z, 0 + 1 = 1 верно,

х = 2πn, n є Z – корни уравнения.

2) При х = + 2πn, n є Z, 1+ 0 = 1 верно,

х = + 2πn, n є Z – корни уравнения.

3) При х = π + 2πn, n є Z, 0 - 1 = 1 неверно,

х = π + 2πn, n є Z – не являются корнями уравнения.

4) При х = + 2πn, n є Z, -1+ 0 = 1 неверно,

х = + 2πn, n є Z – не являются корнями уравнения.

**Ответ. x = 2πn, x = + 2πn, n є Z.**

**6) Применение формул двойного и половинного аргумента**.

Пример. sin x + cos x = 1.

Запишем уравнение в виде: sin x = 1 - cos x .

Сделаем замену: sin x = 2sincos, 1 - cos x = 2sin2.

2sincos = 2sin2; 2sincos - 2sin2 = 0; 2sin(cos - sin) = 0;

2sin = 0 или cos - sin = 0.

1) 2sin = 0; = πn; x = 2πn, n є Z.

2) cos = sin ; = 1, = + πk; x = + 2πk, k є Z.

**Ответ. x = 2πn, n є Z; x = + 2πk, k є Z.**

**7) Применение основного тригонометрического тождества.**

Пример. sin x + cos x = 1.

Из тождества sin2 x + cos2 x = 1 имеем cos2 x = 1 - sin2 x, откуда cosx = ±.

sin x ± = 1; ± = 1 – sin x; 1 - sin2 x = (1 – sin x)2;

(1- sin x) (1 + sin x) - (1 – sin x)2 = 0; (1- sin x) (1 + sin x – 1 + sin x) = 0;

(1 - sin x) ∙ 2sin x = 0.

1 – sin x = 0 или 2 sin x = 0.

1) sin x = 1; x = + 2πk, k є Z.

2) sin x = 0; x = πn, n є Z.

Корни необходимо проверить.

При х = + 2πn, n є Z, 1+ 0 = 1 верно, х = + 2πn, n є Z – корни уравнения.

При х = 2πn, n є Z, 0 + 1 = 1 верно, х = 2πn, n є Z – корни уравнения.

При х = π + 2πn, n є Z, 0 - 1 = 1 неверно, х = π + 2πn, n є Z – не являются корнями уравнения.

**Ответ. x = 2πn, n є Z; x = + 2πk, k є Z.**

**8) Разложение на множители.**

Запишем уравнение в виде: sin x + cos x -1 = 0.

sin x - (1 - cos x) =0

2sincos - 2sin2 = 0; 2sin (cos - sin) = 0;

2sin = 0 или cos - sin = 0.

1) 2sin = 0; = πn; x = 2πn, n є Z.

2) cos = sin ; = 1, = + πk; x = + 2πk, k є Z.

**Ответ. x = 2πn, n є Z; x = + 2πk, k є Z.**

**9)Графическое решение уравнения.**

Перепишем уравнение в виде: sin x = 1 - cos x.

Построим в одной системе координат графики функций: у = sin x , y =1 - cos x.



Из графика видно, что уравнение имеет 2 решения: x = 2πn, n є Z; x = + 2πk, k є Z. (Необходимо обязательно проверять это вычислениями).

**Ответ. x = 2πn, n є Z; x = + 2πk, k є Z.**

Литература.

[studyport.ru](http://studyport.ru/)›[tochnyie-nauki…**grafik**ov-v…**uravneniy**](http://studyport.ru/tochnyie-nauki/primenenie-grafikov-v-reshenii-uravneniy)