

Государственное общеобразовательное учреждение Республики Коми
«Физико – математический лицей – интернат»

М.А.Русанова

Формирование пространственного мышления школьников старших
классов при изучении курса стереометрии средствами информационных
технологий

Методическая разработка

Сыктывкар, 2018

Автор-составитель Русанова Мария Анатольевна, учитель математики ГОУ РК «Физико – математический лицей – интернат»

Русанова М.А. Формирование пространственного мышления школьников старших классов при изучении курса стереометрии средствами информационных технологий. [Текст]: методическая разработка / М.А.Русанова. – Сыктывкар: ГОУ РК «Физико – математический лицей – интернат», 2018. - 76 с.

«Формирование пространственного мышления школьников старших классов при изучении курса стереометрии средствами информационных технологий», это методическая разработка для учителей математики, работающих в старших классах.

Данный материал поможет в работе не только учителям математики, работающим в старших (10 – 11) классах, но также учителям, которые ведут кружки по геометрии в 8-9 классах, расширяющих и углубляющих содержание предмета, а также надпредметного характера и педагогам, методистам, работающими со студентами ВУЗов и СПО педагогического направления.

Разработка содержит: методику использования информационных технологий в процессе формирования пространственного мышления учащихся, методические рекомендации для учителя по решению стереометрических задач. Кроме приобретения практических навыков, педагоги познакомятся с теоретическими основами процесса формирования пространственного мышления учащихся при изучении стереометрии.

Оглавление

Введение	4
Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ.....	6
1.1. Понятие «пространственное мышление» и анализ психолого-педагогической, методической, и специальной литературы по развитию пространственного мышления	6
1.2. Модель формирования пространственного образа и его особенности	7
1.3. Основные показатели и условия развития пространственного мышления.....	9
Глава 2.	11
МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОЦЕССА КОМПЬЮТЕРИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ	11
2.1. Особенности использования информационных технологий при изучении стереометрии	11
2.2. Компьютерное сопровождение уроков стереометрии в старшей школе.....	13
Глава 3.	18
МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ И ПРОВЕРКА ЕЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ	18
3.1 Методические рекомендации для учителя по решению стереометрических задач....	18
3.2 Инструкция для учащихся по работе в программном обеспечении GeoGebra.....	23
3.3.2 Формирующий этап	46
Заключение	54
Приложение	56
Литература.....	75

Введение

Сформированность пространственного мышления оказывает большое влияние на способность человека воспринимать действительность: ориентироваться в окружающем его пространстве, видеть красоту окружающего мира, произведения искусства и т.д.

Основной дисциплиной, в рамках содержания которой предоставляется возможность для систематической работы по формированию пространственного мышления учащихся, является геометрия.

Школьный курс геометрии состоит из двух частей: планиметрии и стереометрии. В отличие от планиметрии, изучающей свойства геометрических фигур на плоскости, стереометрия изучает свойства фигур в пространстве. Тем самым, среди важнейших целей обучения стереометрии, можно выделить следующие: развитие пространственных представлений, пространственного мышления, логического мышления, без которых невозможно развитие творческих способностей учащихся, формирование их личности.

В процессе изучения стереометрии, учащиеся приобретают необходимые практические умения: изображать, моделировать, измерять.

Переход от планиметрии к изучению стереометрии вызывает у учащихся большие трудности и связаны они с тем, что в этом курсе отсутствуют алгоритмы (практически каждая задача и каждая теорема решаются и доказываются как новые) и с тем, что у школьников неразвиты пространственные представления.

Приступая к изучению стереометрии, необходимо помнить, что учащиеся обладают слабыми пространственными представлениями, не умеют в должном виде изображать трехмерный образ на двухмерной плоскости листа или доске, не умеют представлять себе изображаемый в плоскости чертежа трехмерный геометрический образ. Чтобы преодолеть эти трудности, необходимо на первых уроках широко использовать наглядные материалы.

Актуальность методической разработки

Для достижения высокого уровня геометрической подготовки учащихся необходимо обеспечить возможность приобретения ими глубоких фундаментальных знаний, развития пространственного мышления, стремления к самостоятельному изучению нового материала.

Решению этой проблемы способствует внедрение в учебный процесс новых информационных технологий, являющихся эффективным средством управления познавательной деятельностью и формирования пространственного мышления учащихся.

В настоящее время, к сожалению, существует формализм в усвоении фундаментальных знаний, недостаточное развитие пространственного и логического

мышления учащихся. Это приводит к отсутствию целостного представления о сущности геометрических объектов и неумению применять имеющиеся знания в нестандартных ситуациях.

Именно поэтому актуальной становится такая организация процесса обучения геометрии, при котором овладение знаниями происходит с использованием новых информационных технологий. При их использовании открываются огромные возможности изменения и совершенствования методики отбора необходимой теоретической и практической информации, которая способствует улучшению формирования пространственного мышления школьников на уроках геометрии. Такой процесс обучения характеризуется индивидуальным и дифференцированным подходом, приводит к изменению содержания и характера деятельности между учителем и учеником.

Цель разработки:

Определение содержания, форм и методов формирования пространственного мышления учащихся 10-11 классов в процессе преподавания стереометрии с использованием прикладного программного обеспечения.

Теоретическая значимость работы состоит в том, что проведенный педагогический анализ геометрической подготовки учащихся старших классов общеобразовательных школ позволит не только выявить причины, препятствующие эффективному развитию пространственного мышления учащихся, но и выделить основные положения к использованию информационных технологий как средства формирования пространственного мышления при изучении школьного курса стереометрии, а также разработать методику использования формирования пространственного мышления школьников при изучении стереометрии с использованием информационных технологий.

Практическая значимость состоит в том, что результаты исследования, а также разработанные методические разработки и рекомендации могут быть использованы на уроках геометрии, а также смежных естественнонаучных дисциплин. Тем самым будет создана дидактическая модель формирования пространственных представлений школьников при проведении уроков геометрии.

Глава 1.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ

1.1. Понятие «пространственное мышление» и анализ психолого-педагогической, методической, и специальной литературы по развитию пространственного мышления

Мышлением можно назвать процесс рассуждения, обдумывания чего – либо, поиска закономерностей в проблеме, формулирование выводов, поиска идей.

Пространственное мышление – это вид наглядного мышления, обеспечивающий создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения практических и теоретических задач. Основным механизмом пространственного мышления является деятельность, а содержанием – переход от пространственных образов реальных объектов к их условно – графическим изображениям, от трехмерных изображений к двумерным и обратно.

Пространственное мышление является важной составляющей интеллекта, так как ориентация человека в пространстве является необходимым условием его социального бытия, условием успешного познания и активного преобразования действительности.

Теоретическое и практическое значение изучения мышления неоднократно подчеркивалось советскими и зарубежными учеными. Анализируя эти работы, можно сделать вывод, что необходимым условием формирования пространственного мышления является учет сформированности его показателей. К таким показателям относятся: успешность создания пространственного образа, типы оперирования образами, широта оперирования, полнота образа.

Проблеме использования компьютерных математических систем в процессе обучения математике учащихся посвящены публикации И.Н Антипова, Е.В. Ашкинуге, Г.А Бордовского, Ю.С. Брановского, Б.Б. Беседина, Г.Д. Глейзер, Ю.Г. Гузуна, В. А. Далингера, Ю.А. Дробышева, И. В. Дробышевой, А.П. Ершова, С.А. Жданова, В.А. Извозчикова, А.А Кузнецова, Э.И. Кузнецова, М.П Лапчик, В.М. Монахова, М.Н. Марюкова, И.В. Роберт, А.В. Якубова и других.

Анализируя отечественный и зарубежный опыт использования информационных технологий в качестве средства обучения и формирования пространственных представлений школьников при изучении стереометрии, можно сделать вывод о том, что

по этой проблеме накоплен определенный опыт. Исследование проблем компьютерной поддержки преподавания математических дисциплин в средней школе в последнее время ведется в различных направлениях. Основное внимание в этих исследованиях уделяется разработке соответствующих компьютерно - ориентированных методик изучения отдельных тем и разделов школьного курса математики.

1.2. Модель формирования пространственного образа и его особенности

В наиболее развитых формах, пространственное мышление, это есть мышление образами, в которых фиксируются пространственные свойства и отношения. Опираясь на исходными образами, созданными на различной наглядной основе, мышление обеспечивает их видоизменение, трансформацию и создание новых образов, отличных от исходных» [32].

Прежде, чем учащийся сможет оперировать пространственными образами, эти образы должны быть созданы.

Первым шагом на любом этапе познания является, восприятие, «живое созерцание», например, чертежа, схемы, модели, рисунка и т.п. Но чтобы сделать его действенным, необходимо видеть заложенную в них информацию, то есть осуществлять анализ визуальной информации. То есть создавать общую структуру информации и выделять его элементы.

При изображении пространственных или плоских геометрических конфигураций к элементам относят сами эти фигуры или – выделенные на чертеже их составляющие (высоты, углы, стороны, вершины и пр.). То есть, происходит расчленение, в котором важную роль играет опознание отдельных ее фрагментов (узнавание), отождествление одинаковых, сходных по форме или по смыслу ее элементов. Система связей выделенных элементов будет составлять структуру данной визуальной информации. Осознание структуры исходной визуальной информации заключается в определении связей между ее элементами.

В ходе активного зрительного восприятия визуальной информации учащийся отождествляет отдельные ее фрагменты с известными ему достаточно простыми объектами и понятиями. Распознавание стандартной ситуации может происходить как при постановке задачи, так и в процессе выделения знакомого представления в новых условиях, уяснения частного вида более общего знакомого понятия.

Таким образом, сначала ученик находит некоторые известные ему объекты в виде элементов чертежа, схемы, графика, модели; выделяет их, дифференцирует по степени

сходства, определяет известный ему структурный стандарт по отношению ко всей представленной визуальной информации.

Далее учащийся приступает к уточнению и детализации исходной визуальной информации, сравнивает ее с некоторым обобщенным образом (стандартом, эталоном). Следовательно, в памяти учащегося происходит окончательное закрепление – образование содержательных образов (пространственных представлений) [32].

Среди особенностей пространственного образа выделяют размещенность, динамичность, обобщенность.

❖ Под размещенностью пространственного образа понимают положение объекта по отношению к другим объектам [32].

❖ Динамичность пространственного образа выражается в способности к произвольной смене точек отсчета, к произвольному изменению положения пространственного объекта, его элементов. Динамичность образа геометрического объекта проявляется в способности не только его видоизменять, но и видеть в статическом изображении движение, перемещение объектов, способ их соединения, получения [8].

❖ Обобщенность пространственного образа. В пространственных образах могут воспроизводиться как пространственные зависимости единичного, конкретного предмета (форма, величина, его положение на плоскости, в системе других объектов), так и пространственные свойства, присущие разнородным предметам, а также их состояния. В первом случае пространственные связи легко выделяются из конкретного предмета. Во втором случае они конструируются в виде различных пространственных схем, так как в каждом отдельном примере они не даны. Их можно выделить лишь путем мысленного преобразования предметов, моделирования их пространственных свойств и отношений. В этих образах воспроизводятся и обобщаются не только признаки, наглядно выявляемые в самих предметах, но и «скрытые» свойства и отношения [32].

Так как геометрические объекты и их носители выступают в роли учебной наглядности, то можно рассмотреть основные группы видов учебной наглядности. Выделяют три группы:

- 1) натуральные вещественные модели (реальные предметы, муляжи, геометрические тела, макеты различных объектов, фотографии, художественные репродукции);
- 2) условные графические изображения, отличающиеся разнообразием форм и содержания (чертежи, наглядные изображения в аксонометрических, изометрических проекций, разрезы, сечения, эскизы, и т.п.);
- 3) знаковые модели (графики, географические карты, топографические планы, диаграммы, математические символы и другие знаковые системы).

Все эти виды наглядности имеют неодинаковую функцию в раскрытии пространственных свойств и отношений объекта. Будучи наглядными, они существенно различаются своим содержанием и создают разные условия для возникновения адекватных образов.

Данные виды учебной наглядности чувственно воспринимаемы, созерцаемы, процессно воспроизводимое ими содержание принципиально различно, что определяет характер возникающих на их основе пространственных образов, воспроизводят различающихся степенью обобщенности, условности, динамичности [32].

1.3. Основные показатели и условия развития пространственного мышления

Деятельность пространственного мышления направлена в основном на оперирование пространственными образами. Основные показатели, характеризующие развитие пространственного мышления и определяющие его деятельность, – это 3 типа оперирования образом.

Первый тип оперирования (приводит к изменению положения воображаемого объекта) характеризуется тем, что исходный образ, уже созданный на графической наглядной основе, в процессе решения задачи мысленно видоизменяется в соответствии с условиями задачи.

Второй тип оперирования (приводит к изменению структуры) характеризуется тем, что исходный образ под влиянием задачи преобразуется в основном по структуре. Степень новизны создаваемого образа в этом случае намного выше той, которая наблюдалась при первом типе оперирования. Намного выше также и умственная активность, поскольку все преобразования образа осуществляются, как правило, в уме, без непосредственной опоры на изображение.

Третий тип оперирования характеризуется тем, что преобразования исходного образа выполняются длительно и неоднократно. Они представляют собой целую серию умственных действий, последовательно сменяющих друг друга и направленных на преобразования исходного образа одновременно и по пространственному положению, и по структуре.

В соответствии с тремя типами оперирования выделены три уровня развития пространственного мышления (низкий, средний, высокий). Этот показатель положительно коррелирует с другими показателями, такими, как широта оперирования пространственным образом, полнота образа, его динамичность, обобщенность, обратимость

и т.п.

Выводы по первой главе:

1. Развитие пространственного мышления школьников является важным моментом в преподавании курса геометрии. Подтверждением этого являются многочисленные исследования в области философии, психологии, педагогики, а также теории методологии и практики информатизации образования и математического образования в целом.

2. Под пространственным мышлением понимают вид наглядного мышления, обеспечивающий создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения практических и теоретических задач.

3. Основные показатели, характеризующие развитие пространственного мышления и определяющие его деятельность, – это 3 типа оперирования образом: приводящим к изменению положения воображаемого объекта, изменению его структуры, и к комбинации этих преобразований.

Глава 2.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОЦЕССА КОМПЬЮТЕРИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ

2.1. Особенности использования информационных технологий при изучении стереометрии

Ученые говорят об «информационных технологиях» как об инструментарии «информатики». Рассмотрим что такое информатика и информационные технологии.

Информатика – наука, изучающая информацию, информационные процессы в природе, обществе, технике, формализацию и моделирование как методы познания, способы представления, накопления, обработки и передачи информации с помощью технических средств – компьютеров и многое другое [28].

Информационные технологии – это совокупность методов, устройств и производственных процессов, используемых обществом для сбора, хранения обработки и распространения информации [28, 29].

Часто информационные технологии называют компьютерными технологиями или прикладной математикой. Фундаментальная наука информатика связана с математикой – через теорию математического моделирования, дискретную математику, математическую логику и теорию алгоритмов.

Применение компьютерных технологий в преподавании математики в последнее время интересует многих учителей. Но, несмотря на это, наряду с перспективами применения компьютерных технологий возникают и трудности связанные с этим вопросом. Трудности, связанные с техническим обеспечением, методическим оснащением, а так же с делением класса на группы и в связи с этим, составлением «удобного» расписания. Кроме того возникает и потребность в обученных учительских кадрах, которые свободно владеют общими навыками работы за компьютером.

Рассмотрим пять основных дидактических функций компьютера в преподавании математики [10].

1. Электронная доска, использование мультимедиа – проектора на уроках математики.
2. Моделирование.
3. Исследование, когда из числа предлагаемых вариантов ученик выбирает, аргументируя, собственное решение.

4. Математические расчеты в курсах других дисциплин.

Конечно, выполнение всех этих функций предполагает большой труд.

Компьютер является как помощником, так и контролером на стадиях тренировочных упражнений. Огромное разнообразие ролей компьютера в учебном процессе в своей основе является сочетанием трех главных функций: компьютер как орудие, компьютер как партнер, компьютер как источник формирования обстановки. Он помогает в значительной степени учителю при проведении урока, делая его отношения с учениками более человечными [27].

Важно отметить, что компьютер берёт на себя большую часть контрольных функций и реакций на ошибки ученика. Ошибки, беспощадно фиксируемые компьютером, оказываются в значительной степени частным делом школьника. Учитель освобождается от необходимости выявлять слабые стороны в знаниях учащихся, его отношение к детям становятся более позитивными.

Кроме того, компьютер, вступая с учеником в партнерские отношения, освобождает учителя от необходимости поддерживать темп и тонус деятельности каждого обучаемого. Благодаря этому учитель получает больше возможностей видеть обстановку в классе в целом или уделять внимание отдельному ученику.

Использование новых технологий дает возможность учителю вносить в учебный процесс новые разнообразные формы и методы, что делает урок более интересным. Компьютер расширяет возможности решения сложных стереометрических задач. Он позволяет такого типа задачи сделать наглядно обозримыми, помогает развитию пространственного воображения.

Одной из основных проблем при изучении геометрии в школе является проблема наглядности, связанная с тем, что изображения даже простейших геометрических фигур, выполненные в тетрадях или на доске, как правило, содержат большие погрешности. Современные компьютерные технологии позволяют решить эту проблему. Стереометрия - это одна из немногих, если не единственная область школьной математики, в отношении которой не приходится агитировать за информационные технологии. Современная трехмерная графика позволяет создавать модели сложных геометрических тел и их комбинаций, вращать их на экране, менять освещенность [16].

Приступая в 10 классе к изучению нового раздела геометрии - стереометрии, учащиеся, имевшие дело в 7-9 классах с геометрией на плоскости, испытывают серьезные затруднения при переходе из плоскости в пространство, хотя, казалось бы, новый предмет можно начать "с чистого листа". "Лишнее" измерение создает особые сложности в начале изучения стереометрии, когда учащиеся сталкиваются с необходимостью

представить себе столь абстрактные понятия, как бесконечно протяженные прямая и плоскость в пространстве, которым посвящено большинство теорем и задач курса 10 класса.

Второе затрудняющее школьников обстоятельство - как подойти к доказательству теоремы или решению зачастую весьма абстрактной задачи. А проблема учителей - как научить школьников находить нужный подход. Большинству школьников требуется помощь в развитии умения представлять и изображать стандартные стереометрические конфигурации; их приходится как-то обучать геометрическому видению - пониманию теорем и условий задач, сформулированных словесно.

Одним из условий успешного изучения учащимися начал стереометрии является наличие у них развитых пространственных представлений.

Использование при изучении стереометрии вещественных моделей для показа взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве необходимо, но недостаточно. Во-первых, не всегда просто показать расположение объектов внутри геометрических тел; во-вторых, невозможно проследить динамику построений; в-третьих, переход от вещественной пространственной модели к ее изображению на плоском чертеже затруднен для учащихся. Справиться с этими сложностями позволяют прикладные компьютерные программы, строящие трехмерные изображения.

2.2. Компьютерное сопровождение уроков стереометрии в старшей школе

Одним из направлений совершенствования процесса обучения математике ученые называют модернизацию средств информационных и коммуникационных технологий и разработку методики их применения. Этой проблеме посвящены исследования зарубежных и отечественных ученых.

Анализ передового отечественного и зарубежного опыта использования средств информационных и коммуникационных технологий в обучении стереометрии приводит к необходимости поиска программных средств учебного назначения, которые могут быть использованы при изучении стереометрических понятий и теорем, а также при обучении решению задач. Воплощением таких средств информационных и коммуникационных технологий в процессе обучения стереометрии являются программные среды с возможностью трехмерного моделирования.

В процессе преподавания компьютерное сопровождение урока может осуществляться через различные формы, например, такие как мультимедийные сценарии уроков (презентации); готовые учебные и демонстрационные программы.

Существует большое количество программного обеспечения, предоставляющих возможность использования встроенных в них графических средств, для развития пространственного мышления на уроках геометрии. Рассмотрим несколько из них. В *таблице 1* приведен краткий анализ технических характеристик программного обеспечения.

Таблица 1

Технические характеристики программного обеспечения

Программа 3D See Builder
<p>Программа 3D Builder позволяет просматривать трехмерные изображения со всех сторон, прокручивая их во всех плоскостях рабочей среды.</p> <p>Программа может быть использована только для визуализации урока</p>
"Живая Геометрия" (Geometer's SketchPad)
<p>Виртуальная лаборатория для работы с геометрическими чертежами. «Живая геометрия» является электронным аналогом готовальни с дополнительными динамическими возможностями и со стандартными компьютерными функциями типа редактирования и т.д. Сама среда «Живой геометрии» не является обучающей и «сама ничего не делает». Имеющаяся система преобразований позволяет производить над объектами такие операции, как отражение, растяжение, сдвиги, повороты.</p>
GeoGebra
<p>Представляет собой бесплатную, кроссплатформенную динамическую математическую программу для всех уровней образования, включающая в себя геометрию, алгебру, таблицы, графы, статистику и арифметику, в одном удобном для использования пакете. Дает возможность создавать «живые чертежи» в планиметрии, стереометрии, в частности, для построений с помощью циркуля и линейки.</p>
DreiDGeo
<p>Программа может быть использована как средство визуализации на уроках стереометрии. В системе трехмерной графики DreiDGeo нельзя создать необходимые фигуры, можно только манипулировать (например, вращать) имеющиеся в составе библиотеки встроенными геометрическими объектами.</p>
AutoCAD
<p>Двух и трёхмерная система автоматизированного проектирования и черчения, разработанная компанией Autodesk. Программа больше подходит для обучения студентов. Для работы с такой программой нужно глубокое изучение интерфейса.</p>

MathCAD
Программное средство, среда для выполнения на компьютере разнообразных математических и технических расчетов, предоставляющая пользователю инструменты для работы с формулами, числами, графиками и текстами, снабженная простым в освоении графическим интерфейсом.
3D Studio Max
Программное обеспечение 3D Studio Max для 3D-моделирования и визуализации позволяет создавать масштабные миры компьютерных игр, детализированных персонажей и впечатляющие сцены для визуализации проектов. Программа больше подходит для изучения некоторых тем в курсе информатики. Редактор ориентирован на архитектурную визуализацию. В число недостатков, в первую очередь входит, ограничение по объему используемой памяти. Кроме того, программа не производительна в работе с интерфейсом.
Компас-3d
Система трехмерного моделирования. Базовые возможности системы включают в себя функционал, который позволяет спроектировать изделие любой степени сложности в 3D, а потом оформить на это изделие комплект документации, необходимый для его изготовления в соответствии с действующими стандартами.

В результате анализа программ, имеющих графические и другие функциональные возможности, можно сделать вывод:

Большинство из вышеперечисленных программ недостаточно функциональны, либо требуют глубоких специальных знаний. Также одним из самых больших недостатков является ценовая политика и англоязычный интерфейс. Плюсы и минусы практического использования программного обеспечения приведено в *таблице 2*.

Наиболее простой в использовании, на наш взгляд, является программа GeoGebra. Это свободно-распространяемая (GPL) динамическая геометрическая среда, которая даёт возможность создавать «живые чертежи» как в планиметрии, так и в стереометрии. Программа написана Маркусом Хохенвартером на языке Java. Переведена на 39 языков. Полностью поддерживает русский язык. Одним из главных преимуществ данного программного продукта является его простота в применении, а также её простая интеграция с офисными приложениями – все чертежи легко могут через буфер обмена быть перенесены для дальнейшего использования как в текстовые редакторы, поддерживающие работу с изображениями, так и в графические редакторы.

Практическое использование программ

	Платная (-) или бесплатная (+)	Русскоязычная (+) или англоязычная (-)	Практическое использование				Онлайн версия	Локальная установка
			Построение объемных фигур	Построение	Вращение фигур	Ввод числовых данных		
Программа 3D See Builder	-	-	-	-	+	-	-	+
"Живая Геометрия" (Geometer's SketchPad)	-	+	+	+	-	+	-	+
GeoGebra	+	+	+	+	+	+	+	+
DreiDGeo	-	-	+	+	+	+	-	+
AutoCAD	+	+	+	+	+	+	-	+
MathCAD	-	+	-	-	-	+	-	+
3D Studio Max	+	+	-	-	-	-	-	+
Компас-3d	+	+	+	+	+	+	-	+

На сегодняшний день имеется много хорошо себя зарекомендовавших программ, в которых можно создавать красивые и выразительные модели пространственных конструкций. С дидактической точки зрения эти виртуальные модели вполне аналогичны реальным. Они не только справляются со своей основной функцией – демонстрации, но и достигают при этом высокого трехмерного эффекта.

Выводы по второй главе:

1. При изучении школьного курса геометрии возможны различные способы использования информационных технологий. Их можно использовать на всех этапах урока.
2. Правомерность использования информационных технологий в качестве вспомогательного средства в процессе обучения геометрии основывается на том факте, что рисунок любого объемного тела является имитацией трехмерного пространства на плоском двумерном листе бумаги. Применение же трехмерного компьютерного моделирования позволяет облегчить процесс понимания конструкции реального трехмерного тела.

3. Анализ компьютерных программ, предоставляющих возможность использования встроенных в них графических средств, для развития пространственного мышления на уроках геометрии, позволил подобрать наиболее приемлемое прикладное программное обеспечение (GeoGebra), для использования его при решении стереометрических задач.

Глава 3.

МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ И ПРОВЕРКА ЕЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ

3.1 Методические рекомендации для учителя по решению стереометрических задач

Решение задач по стереометрии - интереснейший элемент учебного процесса. Разнообразие типов и форм стереометрических задач и способов их решения всегда привлекают к себе массу внимания. Есть множество примеров того, как учащийся, ранее равнодушный к предмету, в процессе решения задач по стереометрии открывал в себе совершенно новое отношение к стереометрии и в целом к предмету геометрии. Кроме того, все понимают важную роль подобных задач в развитии пространственного мышления обучающегося.

Задачи по стереометрии являются неотъемлемой частью экзаменационных работ единого государственного экзамена. Это ещё один фактор, который убеждает нас в том, что умение решать задачи подобного типа - важный показатель готовности выпускника к сдаче экзамена.

Но, большинству школьников требуется помощь в развитии умения представлять и изображать стандартные стереометрические конфигурации, поэтому здесь может помочь специально подобранные системы заданий на создание геометрических образов и оперирование ими, способствующие формированию пространственного мышления учащихся. Можно выделить основные типы упражнений, ориентированные на формирование и развитие пространственных представлений, основанные на таких видах деятельности, как узнавание, воспроизведение, оперирование и конструирование пространственных представлений. Характеристика данных упражнений представлена в таблице 3.

Таблица 3.

Основные типы упражнений, ориентированные на формирование и развитие пространственных представлений

Упражнения на исследование свойств геометрических объектов <i>(Узнавание)</i>	Суть этой группы упражнений состоит в следующем: пространственный объект задается с помощью модели, рисунка, чертежа или словесного описания. Требуется исследовать его свойства - выделить форму, определить размеры или взаимное расположение его элементов.
Упражнения на изображение геометрических конфигураций <i>(Воспроизведение)</i>	Задания этого типа предполагают изображение пространственного объекта, заданного своей проекцией или словесным описанием, с помощью рисунка, чертежа, а также построение проекций данных геометрических фигур по их наглядному изображению.
Упражнения на преобразование образов геометрических конфигураций <i>(Оперирование)</i>	Этот тип включает упражнения на различные геометрические преобразования исходных образов пространственных фигур, которые выполняются как в пределах плоскости, так и в пространстве.
Упражнения на конструирование новых образов геометрических конфигураций <i>(Конструирование)</i>	Задания данной группы предполагают выполнение мысленного или графического реконструирования и моделирования образ пространственных объектов.

Подробное описание задач приведено в *приложении 1,2*

Одной из главных задач учителя является обучение геометрическому видению – пониманию теорем и условий задач, сформулированных словесно.

Без наглядности здесь не обойтись. Поэтому есть смысл и необходимость обратиться к виртуальному трёхмерному моделированию.

Наиболее востребованными заданиями по стереометрии, входящими в стандартную школьную программу, являются задачи на построение сечений.

Открыв задание, школьник видит привычный чертеж - точно такой же, какие он видит в учебнике и рисует в своей тетради; например, призму и три точки на ее поверхности, через которые нужно провести секущую плоскость (рис.1). Построение тоже производится как обычно - проводятся прямые, находятся точки их пересечения и т. д. (на рисунке 1 показано уже завершённое построение сечения методом следов; «главный» след показан жирной линией). Отличие

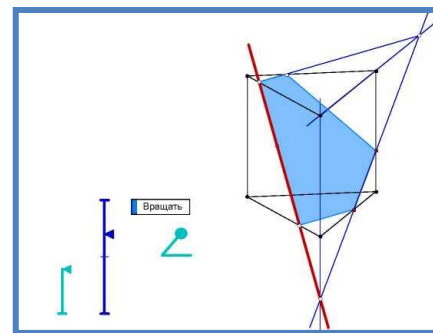


Рис. 1

состоит в том, что упомянутый выше встроенный в скетч «механизм» позволяет в любой момент построения повернуть всю конфигурацию вокруг одной из двух осей и продолжить построение, глядя на нее с другой стороны. Благодаря этому, можно непосредственно увидеть, пересекаются ли две прямые в пространстве или скрещиваются, и избежать наиболее распространенной ошибки - построения точки пересечения скрещивающихся прямых. Кроме того, включив вращение конструкции после того, как сечение построено, можно проверить правильность построения: верно построенное сечение в некотором положении превращается в отрезок. При этом происходит (имитируется) постоянный переход от пространственной фигуры к ее изображению на плоскости (рис. 2).

В какой-то степени можно сказать, что построение производится непосредственно в пространстве, что как раз и служит главным фактором развития пространственного мышления.

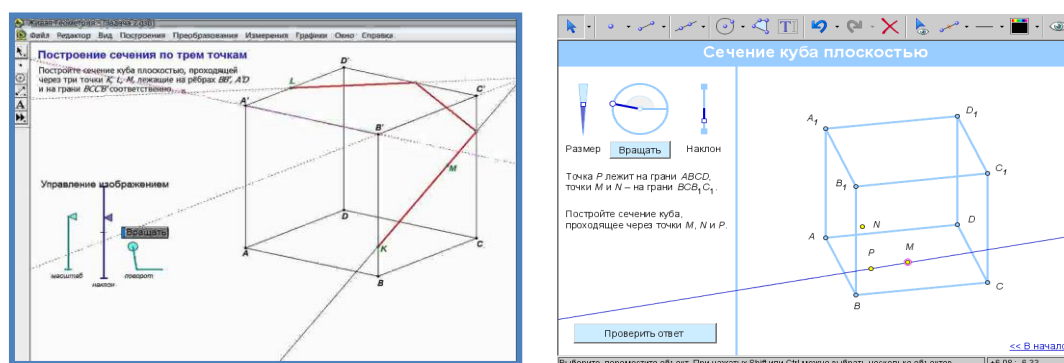


Рис. 2


Первый опыт работы с этими заданиями показывает, что ими охотно пользуются и учителя, и ученики. По словам учеников, решать задачи на сечения в компьютерной форме заметно проще. Значит, свою роль - облегчить изучение методов построения сечений - эти задания выполняют.


Рассмотрим применение программного обеспечения GeoGebra на конкретном примере.

Задача. Построить сечение пирамиды плоскостью PQR, если точка P лежит на прямой SA, точка Q лежит на прямой SB, точка R лежит на прямой SC.

Решение. Рассмотрим два случая.


Случай 1. Пусть точка P принадлежит ребру SA.

1. Отметим с помощью инструмента «Точка»  произвольные точки A, B, C, D. Щелкнем правой клавишей на точку D, выберем «Переименовать». Переименуем D на S и установим положение этой точки, как показано на *рисунке 3*.

2. С помощью инструмента «Отрезок по двум точкам»  построим отрезки SA, SB, SC, AB, AC, BC.

3. Щелкнем правой клавишей мыши по отрезку AB и выбираем «Свойства» - «Стиль». Устанавливаем пунктирную линию.


4. Отметим на отрезках SA, SB, SC точки P, Q, R.

5. Инструментом «Прямая по двум точкам»  построим прямую PQ.

6. Рассмотрим прямую PQ и точку R.

Вопрос учащимся: Сколько плоскостей проходит через прямую PQ и точку R? Ответ обоснуйте. (Ответ. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна).

7. Строим прямые PR и QR.

8. Выбираем инструмент «Многоугольник»  и по очереди щелкнем по точкам PQRP.

9. На панели инструментов отключим уравнения прямых

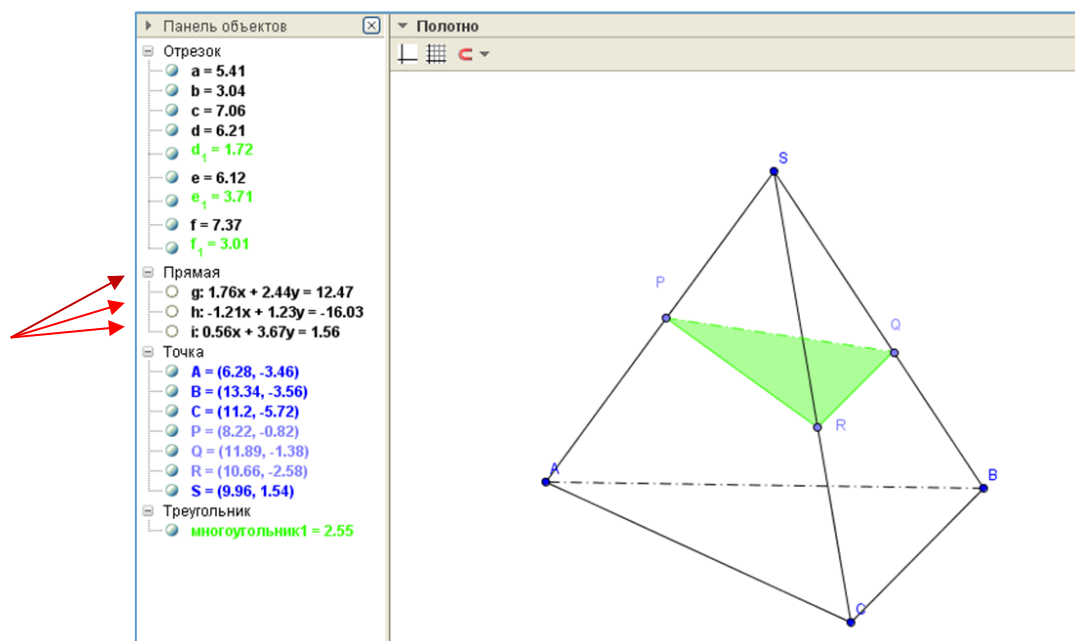



Рис. 3



10. Инструментом «Перемещать» меняем положение точек и наблюдаем за изменениями сечения.

11. Щелкнем по многоугольнику правой клавишей и выбираем «Свойства» - «Цвет». Заливаем многоугольник каким-нибудь нежным цветом.

12. На панели объектов щелкнем по маркерам и скроем прямые.

13. В качестве дополнительного задания можно измерить площадь сечения. Для этого выберем инструмент «Площадь»  и щелкнем левой клавишей мыши по многоугольнику.


Случай 2. Точка Р лежит на прямой SA.

Для рассмотрения решения задачи для этого случая можно пользоваться чертежом прежней задачи (рис. 3). Скроем лишь многоугольники точку Р.

1. Инструментом «Прямая по двум точкам» построим прямую SA.

2. Отметим на прямой SA точку Р, как показано на рисунке 3.

3. Проведем прямую PQ.

4. Выбираем инструмент «Пересечение двух объектов» , и щелкнем левой клавишей мыши по прямым АВ и PQ. Найдем точку их пересечения К.

5. Проведем прямую PR. Найдем точку пересечения М этой прямой с прямой АС.

Вопрос учащимся: сколько плоскостей можно провести через прямые PQ и PR? Ответ обоснуйте. (Ответ. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна).

6. Проведем прямые КМ и QR.

Вопрос учащимся. Каким плоскостям одновременно принадлежат точки К, М? Пересечением каких плоскостей является прямая КМ?

7. Построим многоугольник QPKMQ. Зальем нежным цветом и скроем вспомогательные прямые.

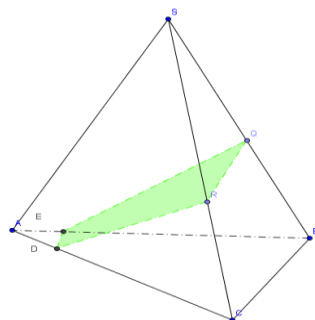


Рис. 4

Программная среда GeoGebra может быть быстро освоена учащимися старших классов, имеющими элементарные навыки работы на компьютере, что, несомненно, является большим преимуществом данного программного продукта. К еще одному аргументу в пользу GeoGebra можно отнести её простую интеграцию с офисными приложениями - все чертежи легко могут через буфер обмена быть перенесены для дальнейшего использования как в текстовые редакторы, поддерживающие работу с изображениями, так и в графические редакторы.

Область применения иллюстративных, демонстрационных моделей разнообразна. Они помогают лучше понять определения, формулировки теорем и задач. Но развитию пространственного воображения они способствуют лишь на первом этапе, поэтому полезно привлекать самих учащихся к работе с данными программами. И тогда, такая форма организации учебной деятельности, приводит к тому, что учащиеся не являются пассивными наблюдателями, а принимают активное участие в организации учебного процесса, показывают свои знания, причем, не только в математике, но и в освоении компьютерных технологий.

Поэтому для продуктивной работы на уроках, учащимся предлагается инструкция по работе в программном обеспечении GeoGebra, которая будет описана в следующем параграфе.

3.2 Инструкция для учащихся по работе в программном обеспечении GeoGebra

Инструкция содержит знакомство с интерфейсом программы, инструментами для построений, а также правила построения плоских геометрических фигур, принципы построения объемных фигур, приемы построения сечения фигур и развертки.

Если у Вас программа установлена на рабочем столе компьютера, то запускаем программу двумя щелчками левой кнопкой мыши (в дальнейшем ЛКМ). Откроется окно, внимательно рассмотрите его. Вы увидите список приложений, которые входят в состав программы Геогейбра (*рис. 5*) Разберем приемы работы в Геогейбре на примере приложения ГЕОМЕТРИЯ.

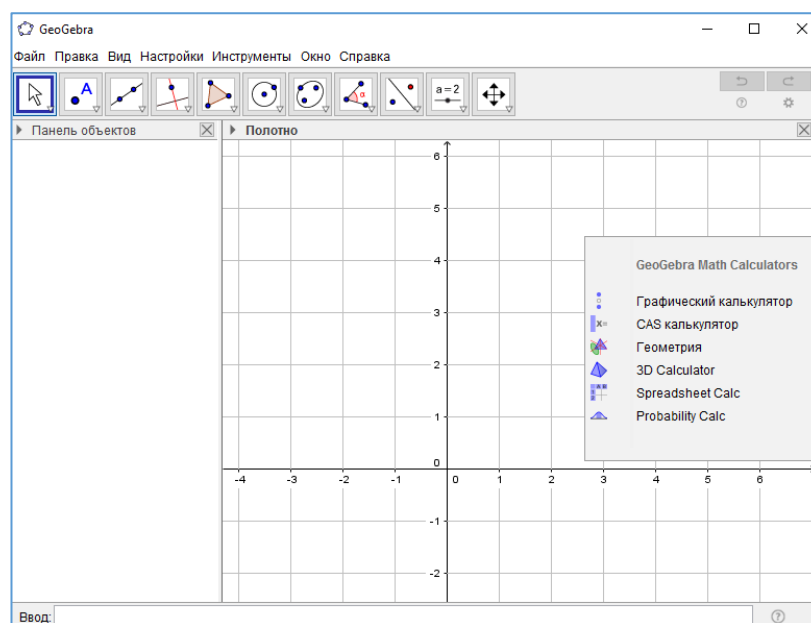


Рис. 5

Кликните один раз ЛКМ по строке ГЕОМЕТРИЯ. Откроется рабочая область окна.
(рис.6).

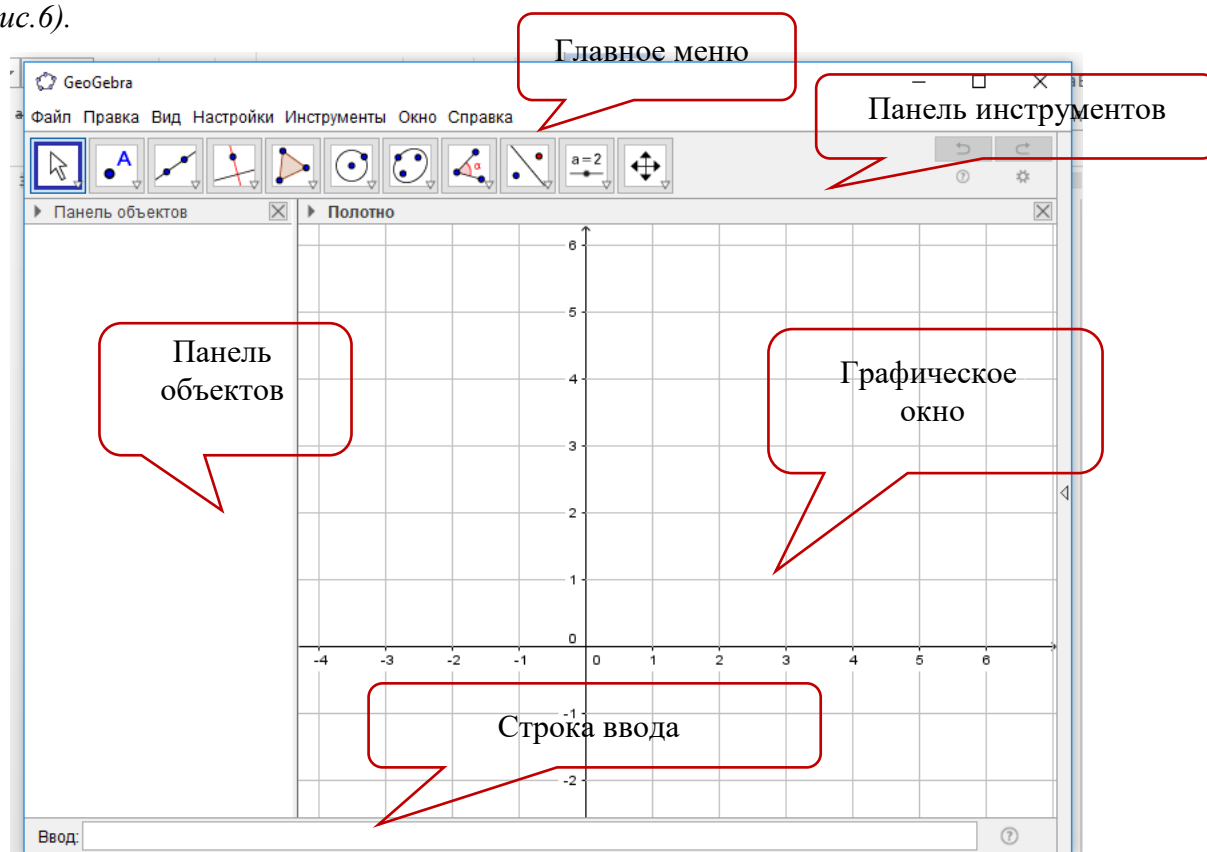


Рис. 6

Разберем каждую из этих областей.

ГЛАВНОЕ МЕНЮ – меню доступа к возможностям предоставляемым программой.

Каждая из этих вкладок имеет понятные для вас команды.

ПАНЕЛЬ ИНСТРУМЕНТОВ – представляет собой набор кнопок быстрого доступа к инструментам создания геометрических конструкций в графическом окне при помощи мыши.

ГРАФИЧЕСКОЕ ОКНО – область для отражения графических конструкций (чертежей).

ПАНЕЛЬ ОБЪЕКТОВ – область для отображения информации о геометрических объектах (их видах, символьных обозначениях, координатах или уравнениях).

СТРОКА ВВОДА – поле для ввода алгебраических уравнений, задающих место для точки. После ввода алгебраического уравнения и нажатия клавиши Enter информация о геометрическом объекте отобразится на *панели объектов*, а сам геометрический объект появится в *графическом окне*.

Рассмотрим возможности каждого из инструментов (пиктограмм), представленных на *панели инструментов*. На *рис. 6а*, представлены инструменты для построения плоских геометрических фигур. Обратите внимание, что в правом нижнем углу расположена маленькая стрелочка, обращенная вниз. Это значит, что данный инструмент имеет ряд дополнительных инструментов.

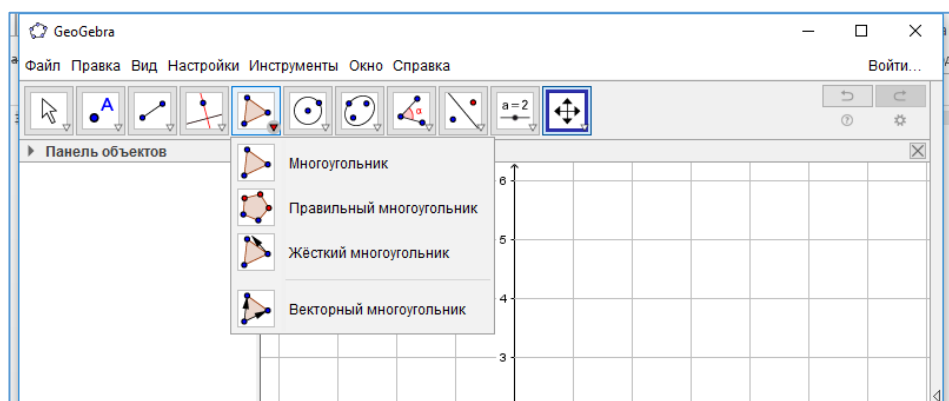


Рис. 6а

Так как интерфейс программы русскоязычный, следовательно, построение фигур не вызовет затруднений. Разберем принцип построения плоских геометрических фигур на примере построения *многоугольника*.

Построение многоугольника.

Кликнем *по стрелочке*, расположенной на кнопке с изображением треугольника. Из ниспадающего списка выбираем инструмент *правильный многоугольник* (*рис. 6б*), активируем его (кликнуть 1 раз ЛКМ).

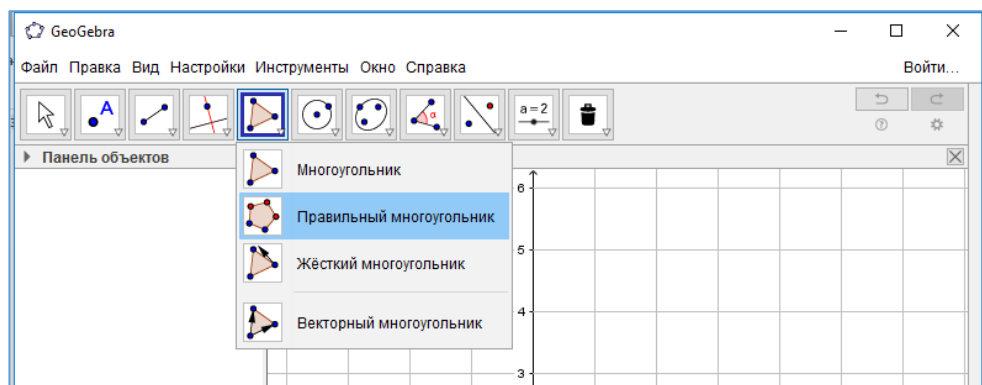


Рис. 6б

Список инструментов исчезнет, а на его месте вы увидите указатель в форме большого крестика, щелкните один раз ЛКМ в любом месте *графического окна*, появится *точка*. Щелкните по ней еще раз и удерживая ЛКМ проведите (начертите) в

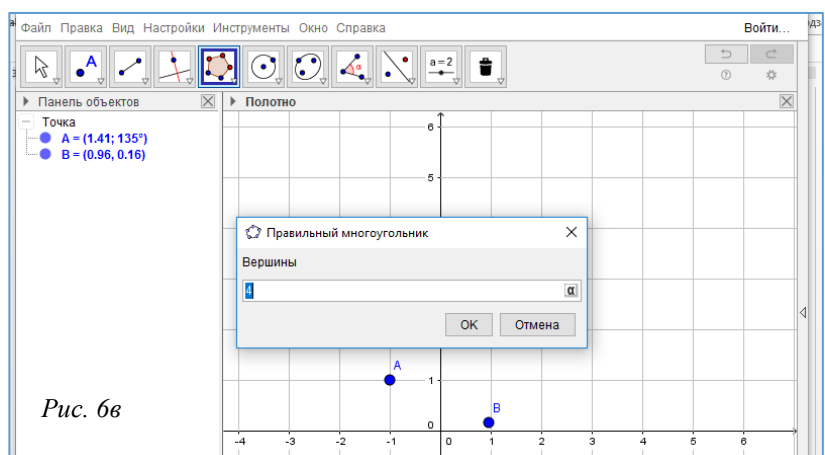


Рис. 6в

сторону отрезок, при этом появится диалоговое окно (рис. 6в), укажите требуемое количество вершин и нажмите ОК. Обратите внимание, что в левой части окна появятся точки с координатами вершин.

В результате получится *многоугольник*, состоящий из 7 вершин (рис. 6г).

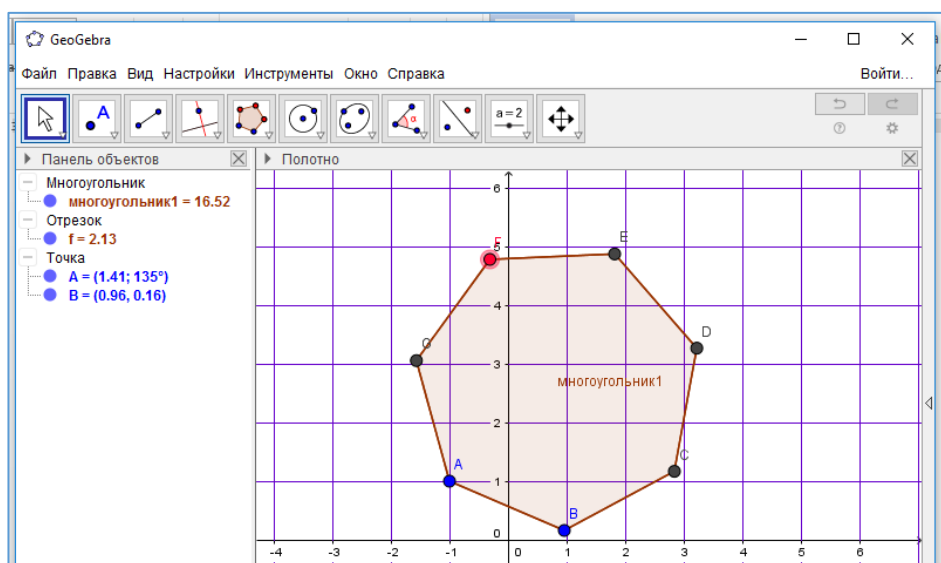


Рис. 6г

Построение квадрата.

Выбираем инструмент *отрезок* (рис. 7)

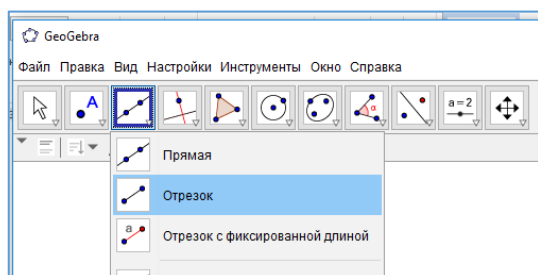


Рис. 7

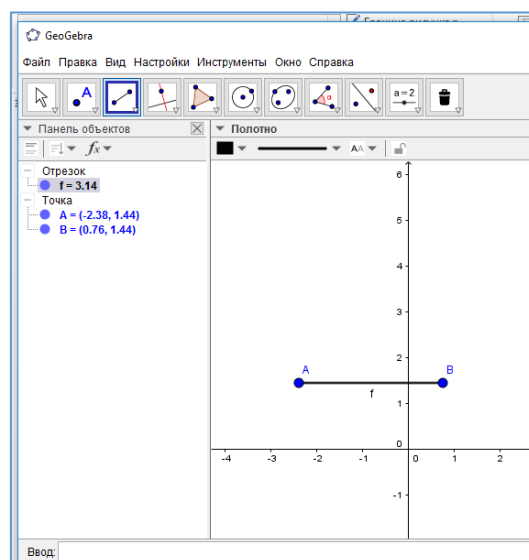


Рис. 7а

Переходим в плоскость графического окна и удерживая ЛКМ чертим отрезок (рис. 7а). Далее выбираем инструмент *перпендикулярная прямая* и отмечаем точку, через которую будет проходить *перпендикулярная прямая* (рис. 7б)

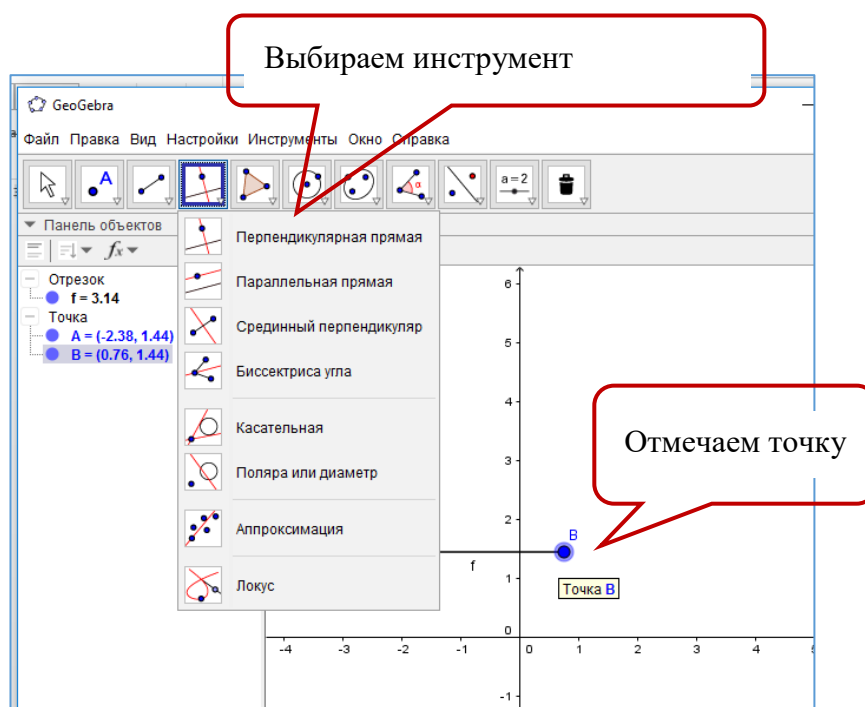


Рис. 7б

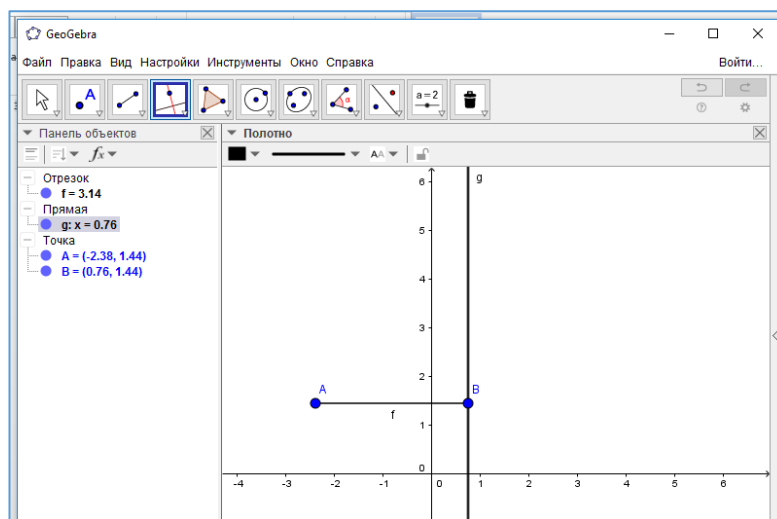


Рис. 7б

Далее следует воспользоваться инструментом *окружность по центру и точке* (рис. 7в). Отмечаем центр окружности в точке B и построим окружность с радиусом BA (рис. 7г)

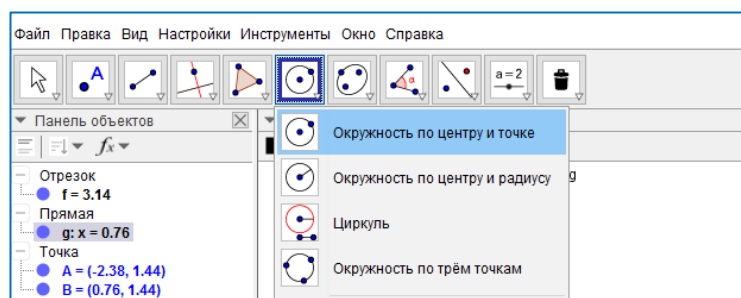


Рис. 7в

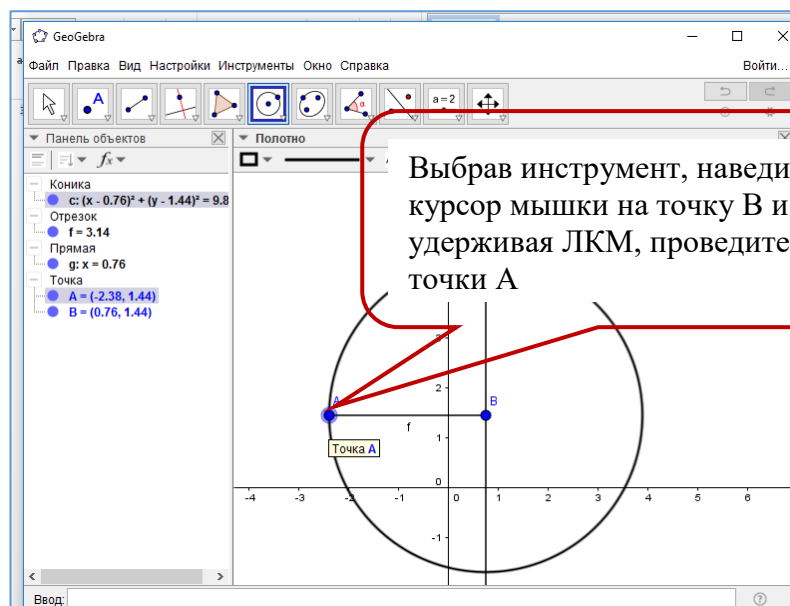


Рис. 7г

Далее используем инструмент *пересечение* (рис. 7д) и отмечаем точки пересечения окружности и перпендикулярной прямой. Далее снова воспользуемся инструментом

перпендикулярная прямая, активируем точку А (кликаем сначала по ней, а затем немного в стороне от этой точки)

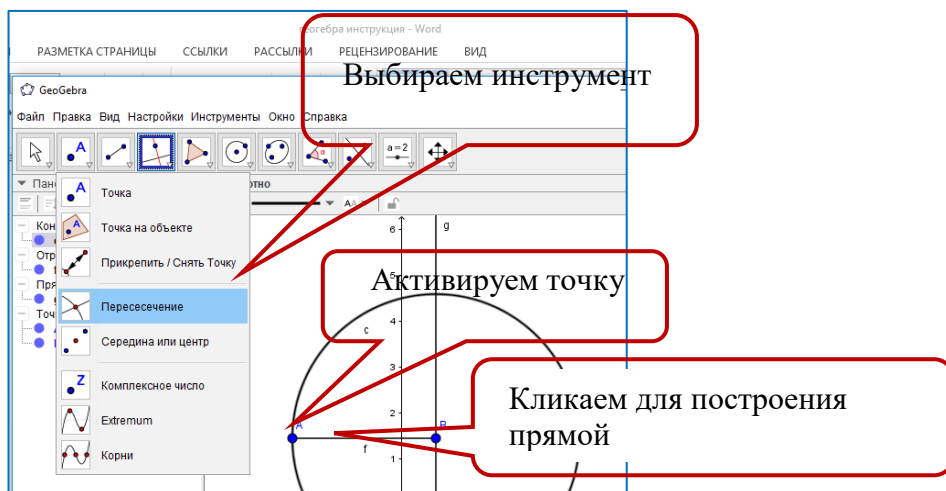
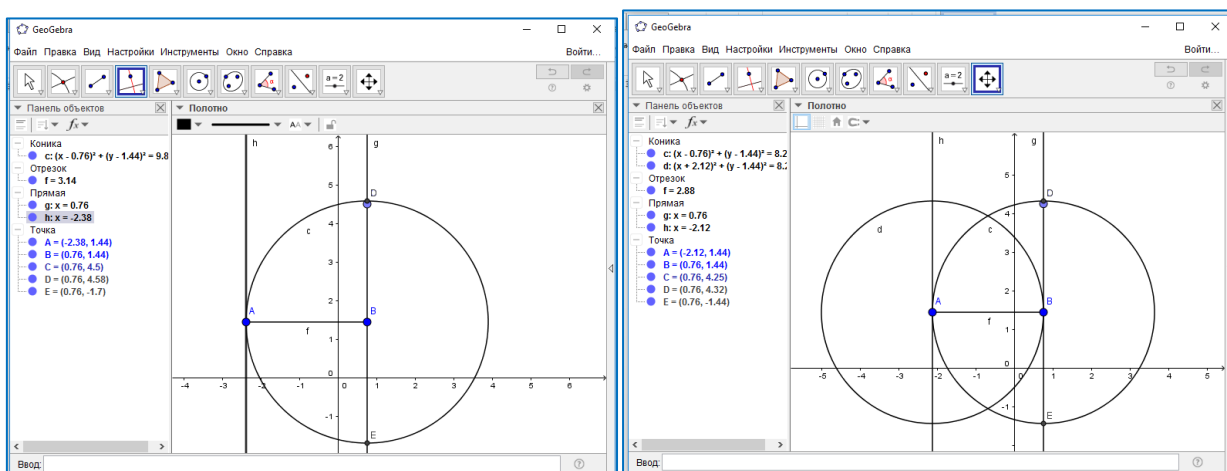


Рис. 7д

Аналогичным образом строим следующую окружность с центром в точке А и радиусом АВ (рис. 7е) Снова выбираем инструмент *пересечение* и отмечаем точку пересечения. Появилась еще одна точка F. Снова переходим на панель инструментов и выбираем инструмент *многоугольник* (изображен треугольник), активируем его. Затем, переводим курсор мыши к одной из точек, пусть это будет точка F. Далее последовательно, удерживая ЛКМ проходим от одной точки до другой. Помните, необходимо вернуться к той же точке от которой вы начали движение, в данном случае это точка F (рис. 7ж)



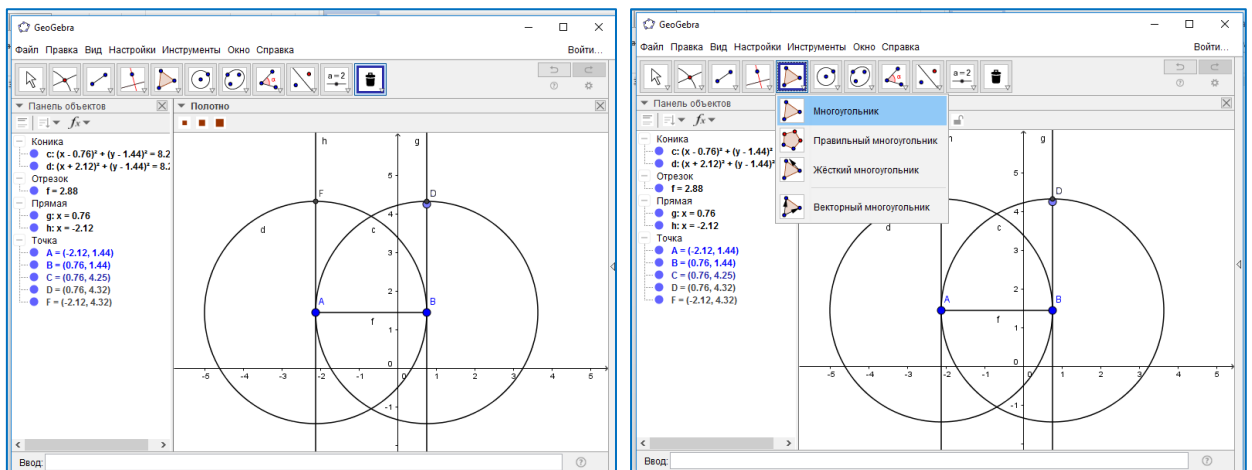


Рис. 7е

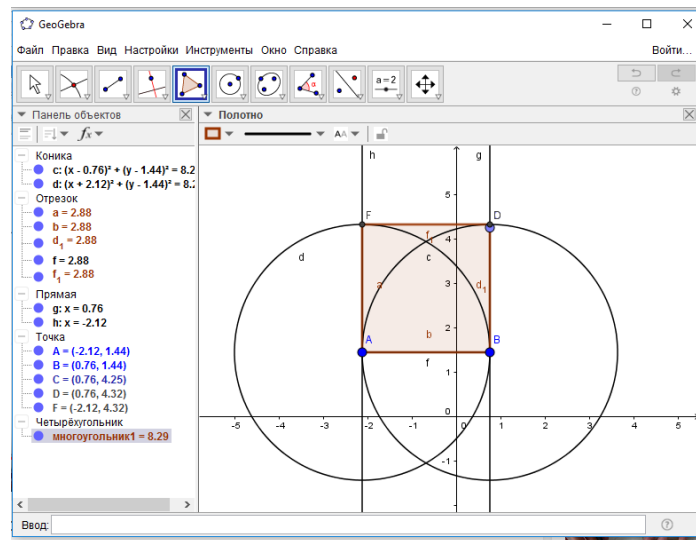


Рис. 7ж

Теперь мы можем скрыть все вспомогательные линии. Для этого активируем *инструмент перемещение* (изображение стрелочки), затем кликаем по окружности, выбираем *вставка* и кликаем по команде *показать/скрыть объект* (рис. 7з)

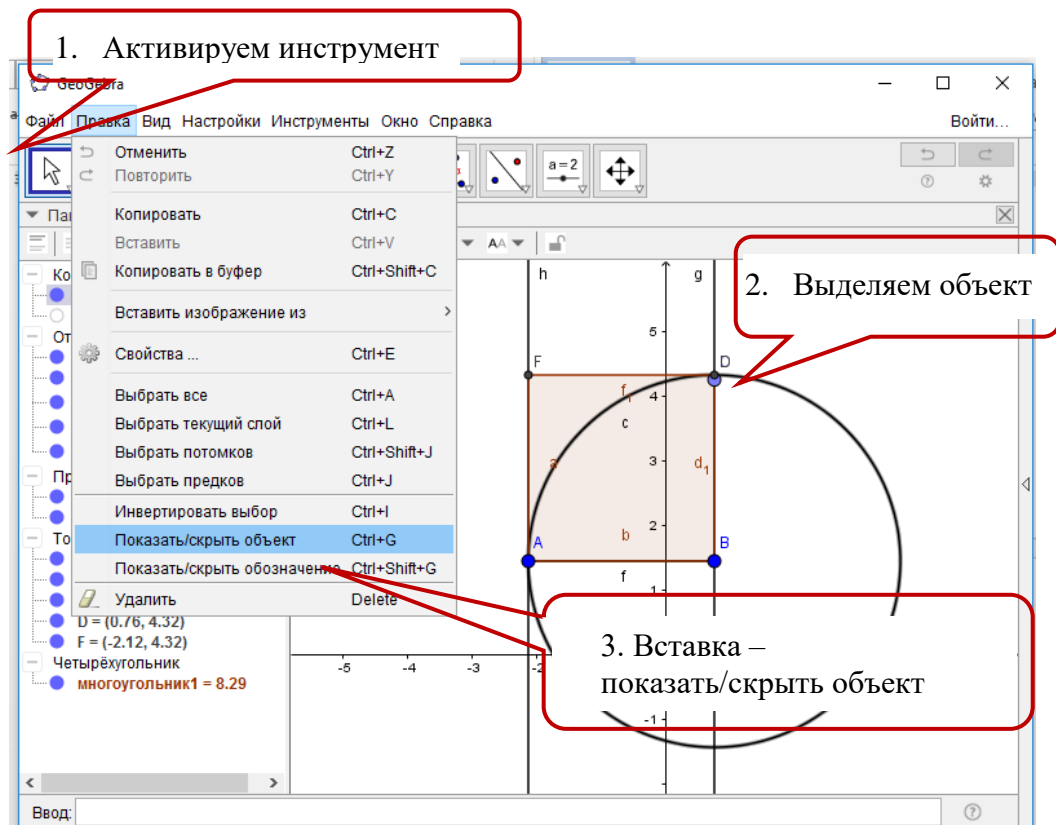
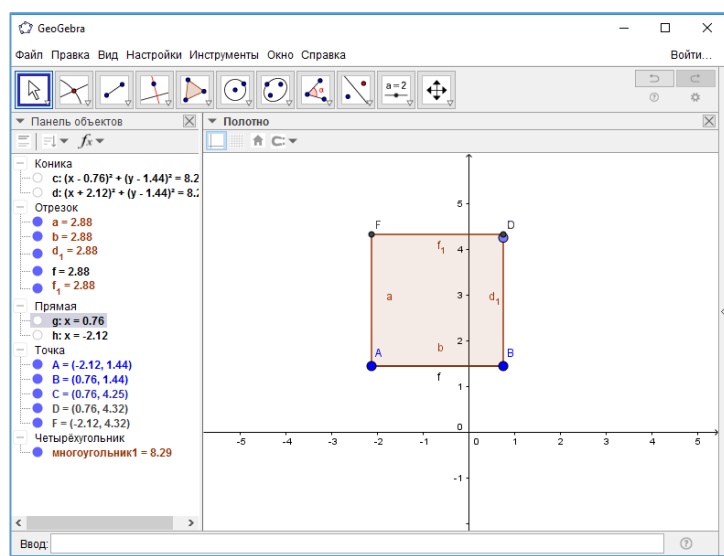


Рис. 7з



Подобным образом можно построить любую геометрическую фигуру.

Построение объемной геометрической фигуры

Для подключения трехмерного изображения, так чтобы мы могли работать в пространстве, надо зайти в раздел *вид* и выбрать команду *полотно 3D* (рис. 8). У вас откроется следующая область (рис. 8а). Вы увидите оси координат и плоскость. Все это можно настраивать и отключать.

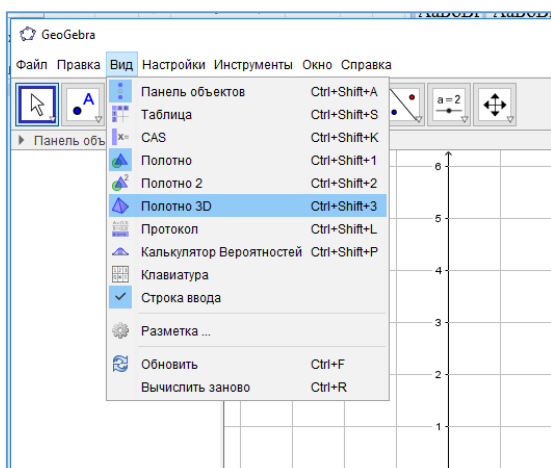


Рис. 8

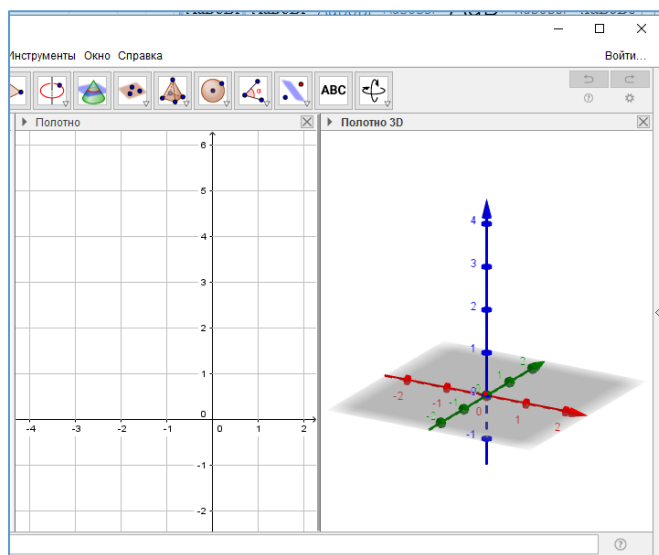


Рис. 8а

Для удобства работы, отключим полотно, расположенное слева, нажав на «крестик» окна. Обратите внимание, на то, что можно делать с чертежом используя мышь:

1. Удерживая правую кнопку мыши – фигура будет вращаться
2. Зажать правую кнопку мыши и сдвинуть ее немного вправо или влево, а затем ее отпустить, произойдет автоматическое вращение фигуры
3. Колесико мыши, изменяет масштаб фигуры
4. Если нажать правой кнопкой мыши на свободном месте графического окна, появится окно. Из этого списка можно выбрать желаемую команду, например, то, что мы не хотим отображать на чертеже (рис. 8б) На данном рисунке показано, что в появившемся окне выбрана команда *Plans* / Выбрав ее, мы уберем плоскость, на которой располагаются фигура и оси координат (рис. 8в)

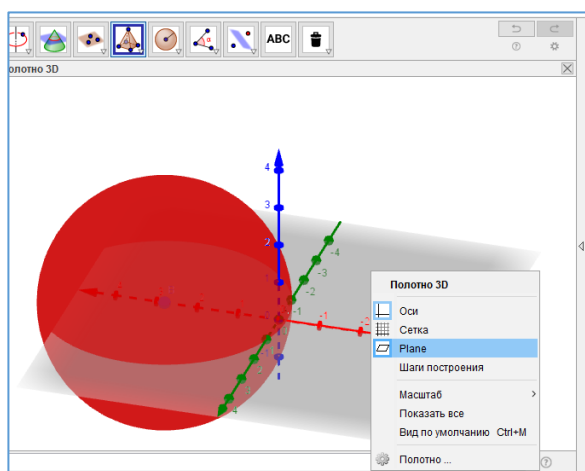


Рис. 8б

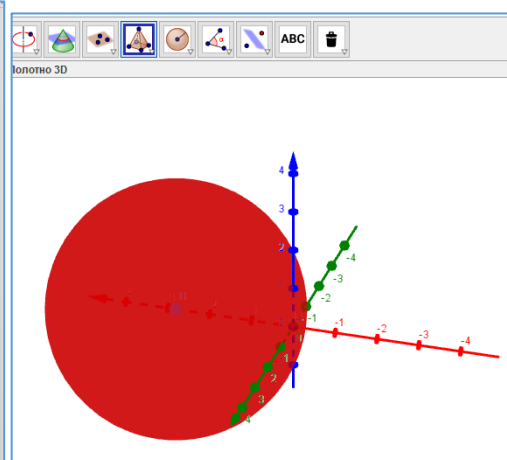


Рис. 8в

Точно также можно убрать оси координат, если они не нужны

При работе с инструментами на полотне 3D изменятся и инструменты (рис. 9).

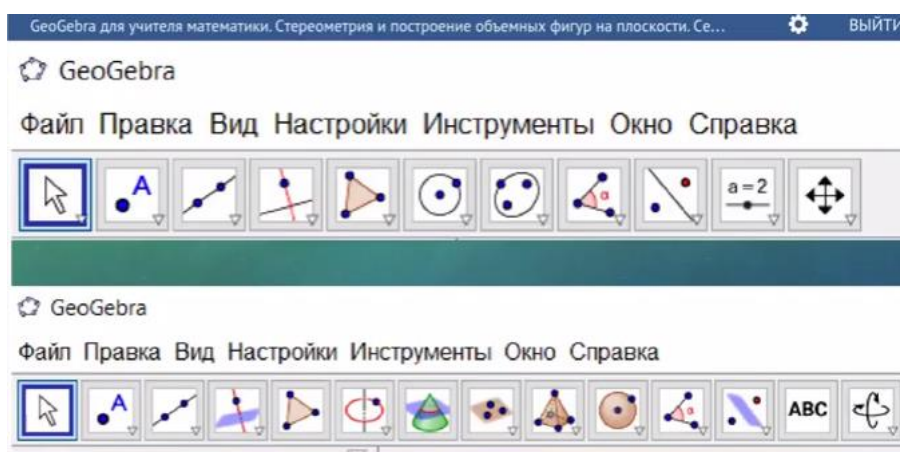


Рис. 9

На полотне 3D, работать мы будем с инструментами, которые показаны на нижней панели инструментов, более подробно возможности некоторых инструментов мы разберем при построении фигур.

Построение простой призмы.

Построим простую призму, т.е. фигуру в основании которой лежит правильный многоугольник.

Откроем программу и подключим *3D полотно* (вид - 3D полотно) *рис. 10*)

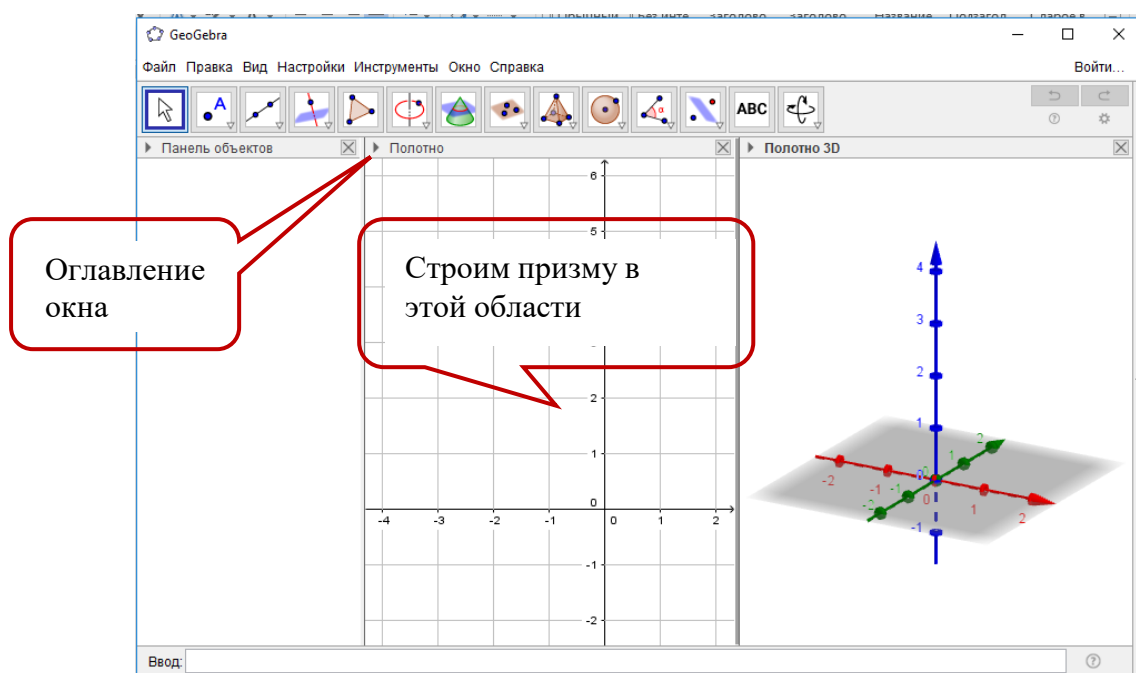


Рис. 10

Для построения *призмы* используем *полотно*, расположенное в центре окна. Для того, чтобы изменилась панель инструментов, кликнем по *оглавлению окна* при этом панель инструментов изменится. Выбираем значок *многоугольник* (*рис. 10а*).

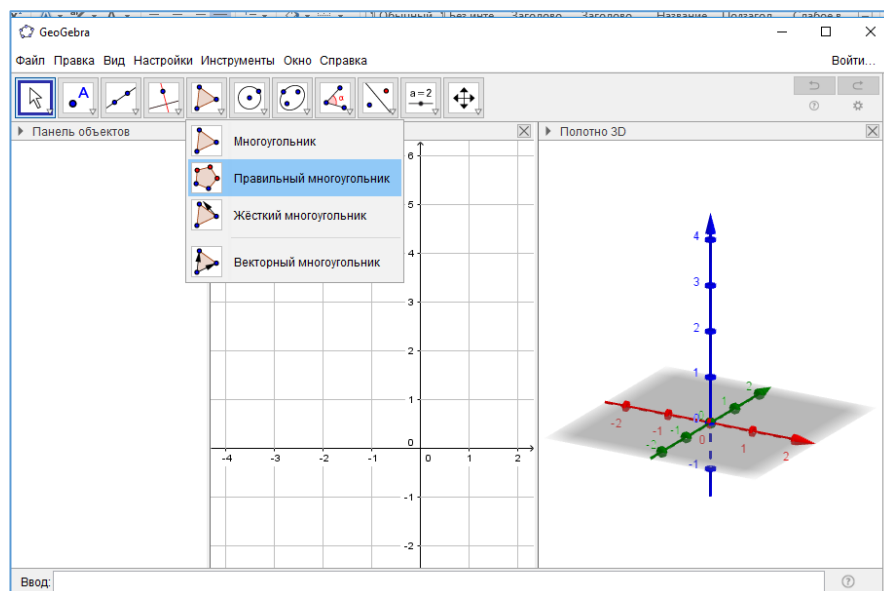


Рис. 10а

Определяем грань будущего многоугольника, при этом появится окно, в котором указываем число вершин, например, 6, подтверждаем действием нажатием кнопки ОК (рис. 10б).

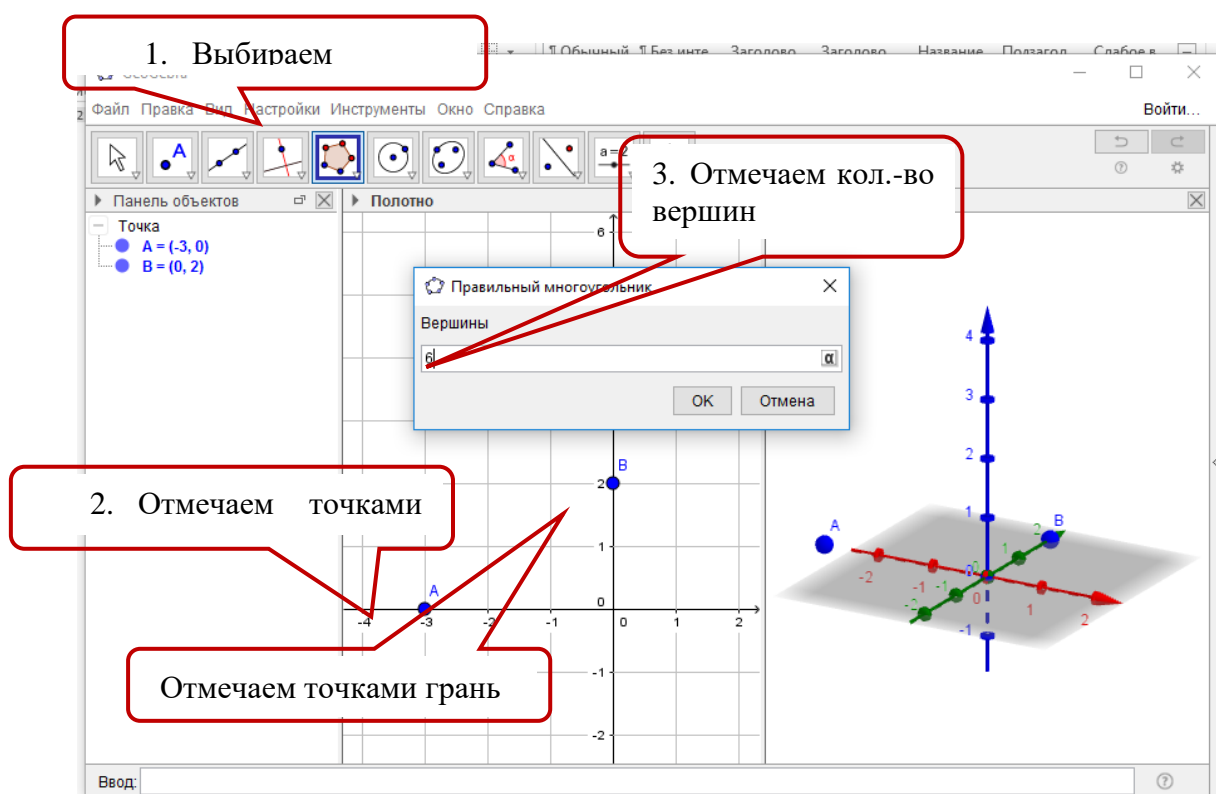


Рис. 10б

Получится следующий чертеж (рис. 10 в)

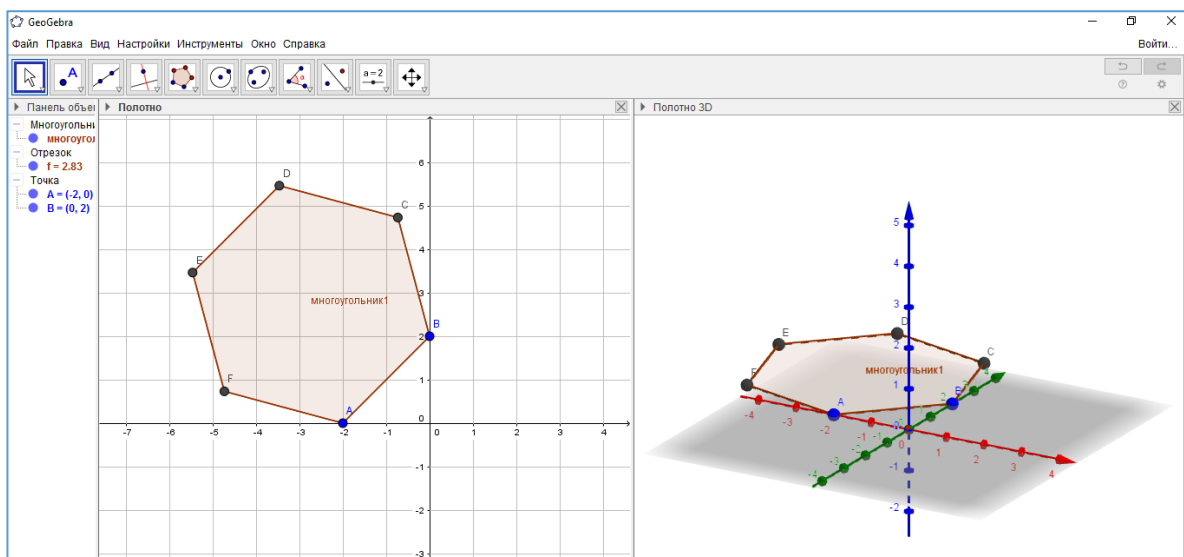


Рис. 10в

Можно изменить положение многоугольника, для этого используем точку В, наведите на нее мышку и удерживая левую кнопку вращайте фигуру в ту или иную сторону. Затем сделаем активным *полотно 3D*, кликнув по названию окна, появится новая панель инструментов (рис. 10 г).

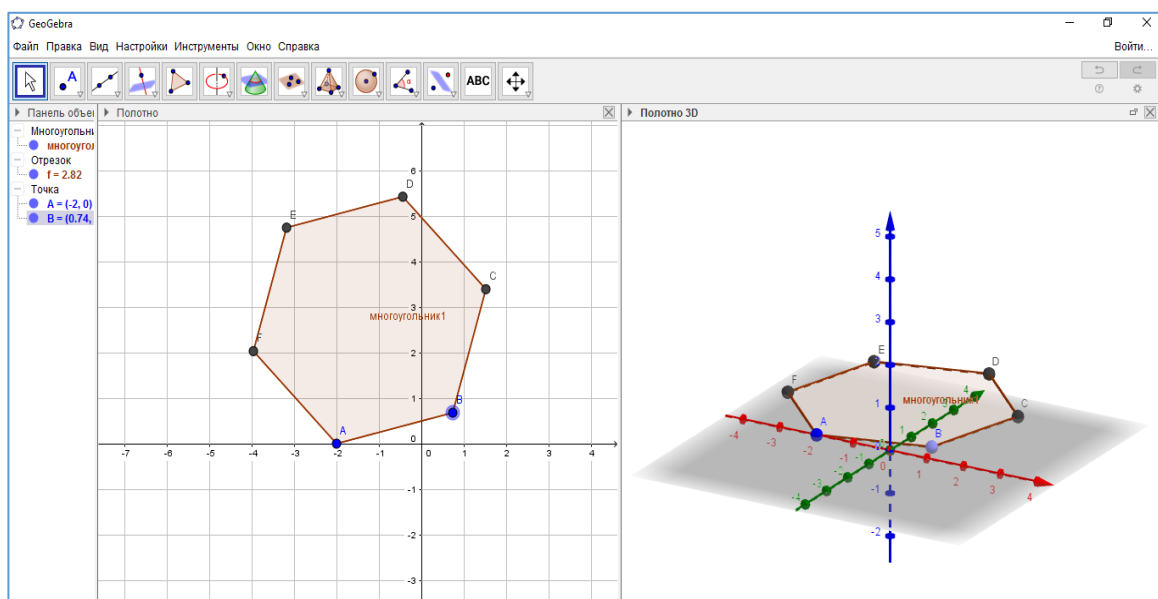


Рис. 10 г

Обратите внимание, что в третьей части окна *полотно 3D*, фигура, нарисованная в центральной части, так же отобразится. В дальнейшем мы будем работать с третьей частью окна, а именно с *полотном 3D*.

Перейдем на панель инструментов и на кнопке *пирамида*, нажмем на стрелочку, обращенную вниз (рис. 10 д), из выпавшего списка, выберем команду *выдавить призму*, *цилиндр*. Перейдите на чертеж, расположенный на *полотне 3D*, мышку переведите на

основание *призмы* и удерживая левую кнопку мыши, начинайте двигать ее вверх. Получится новая объемная фигура (рис. 10е)

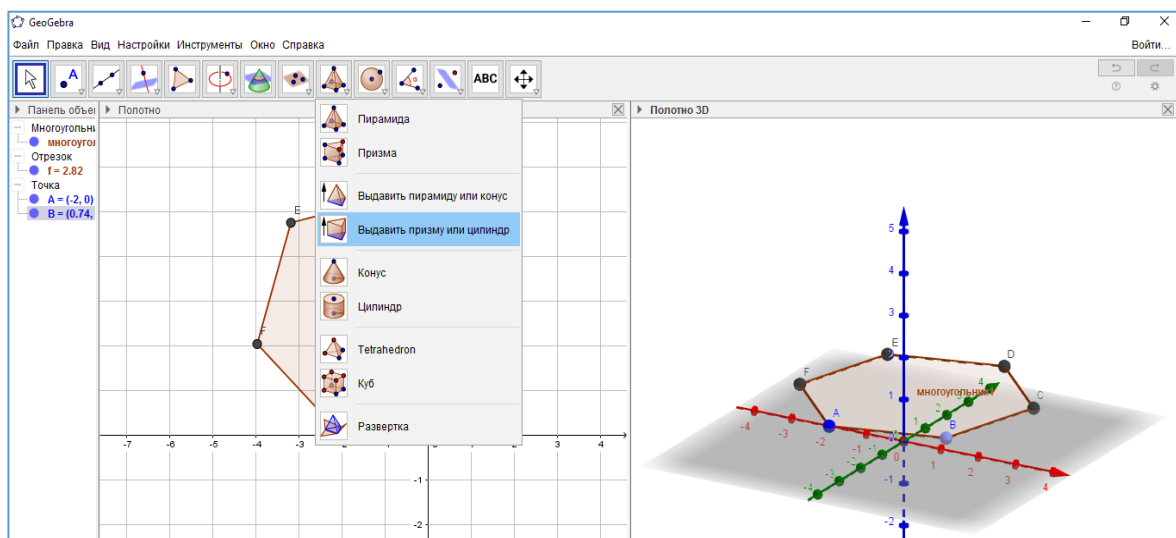


Рис. 10д

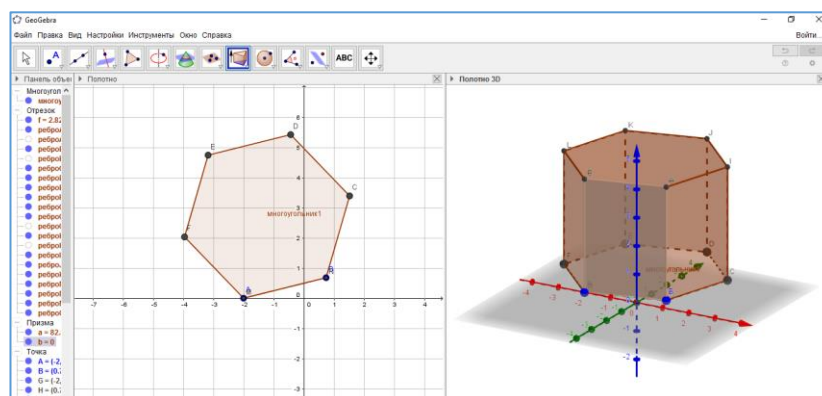


Рис. 10е

Используя следующий инструмент (рис. 10ж), можно вращать фигуру и таким образом, рассмотреть ее со всех сторон.

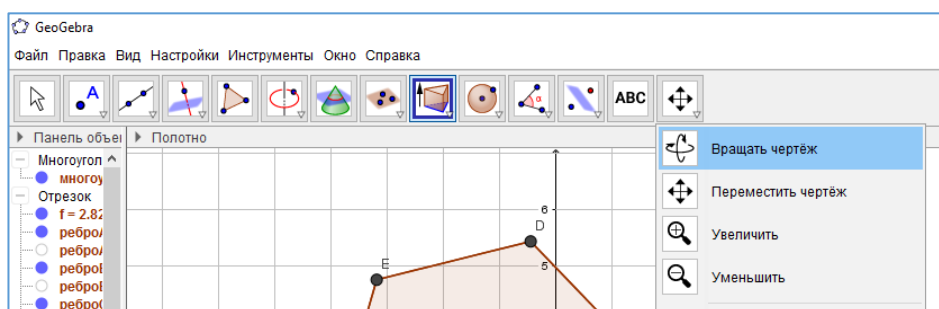


Рис. 10ж

Можно также настроить полотно, убрав оси координат и плоскость, на которой расположена фигура. Для этого кликните в любом месте полотна правой кнопкой мыши и выберите нужные команды (рис. 10з).

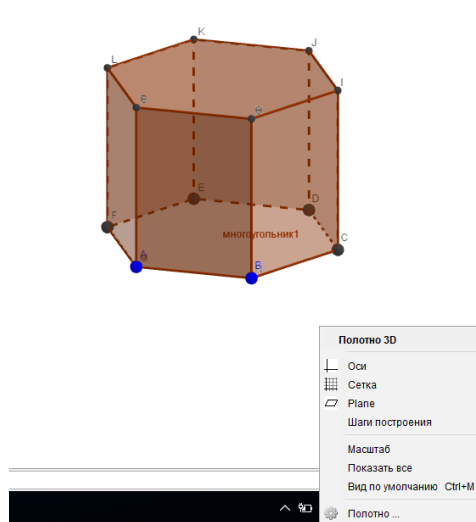
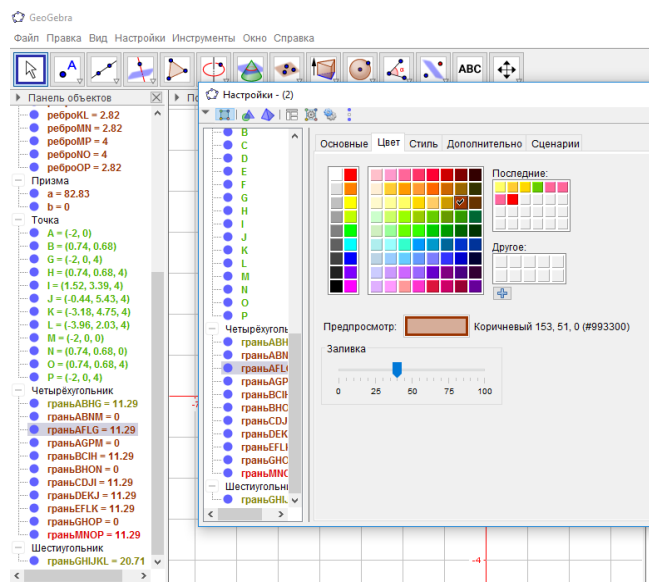
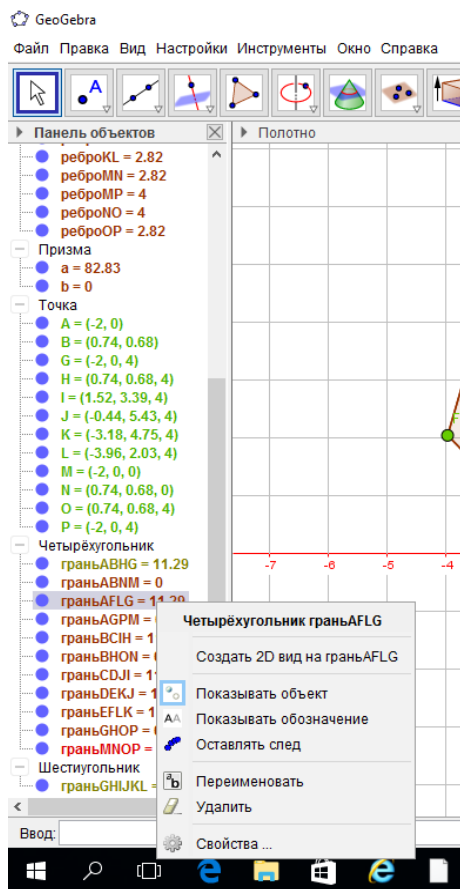


Рис. 10з

Имя вершин полученной фигуры, а также цвет точек, ребер, граней можно переименовать и перекрасить в желаемый цвет. Например, грань AFLG и нажмем по ней правой кнопкой мыши, из появившегося меню выбираем *свойства* и изменяем полученные данные (рис. 10и).



Построение куба и его развертки

Главное меню: выбираем команду *вид*, и из ниспадающего списка выбираем команду *полотно 3D* (рис. 11)

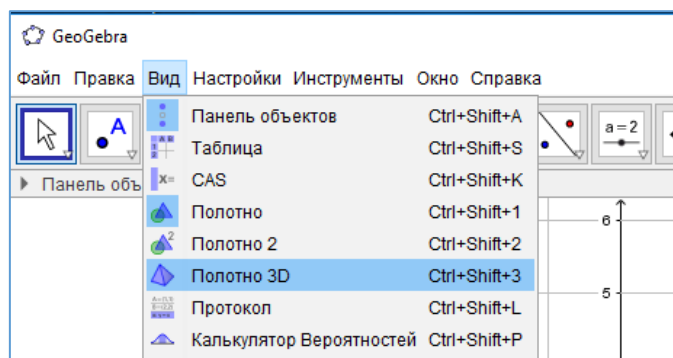


Рис. 11

Откроется окно (рис. 11а), принцип активации определенной части окна было писано выше. Для построения фигуры, в данном случае квадрата, перейдем на область – *полотно* (средняя часть окна).

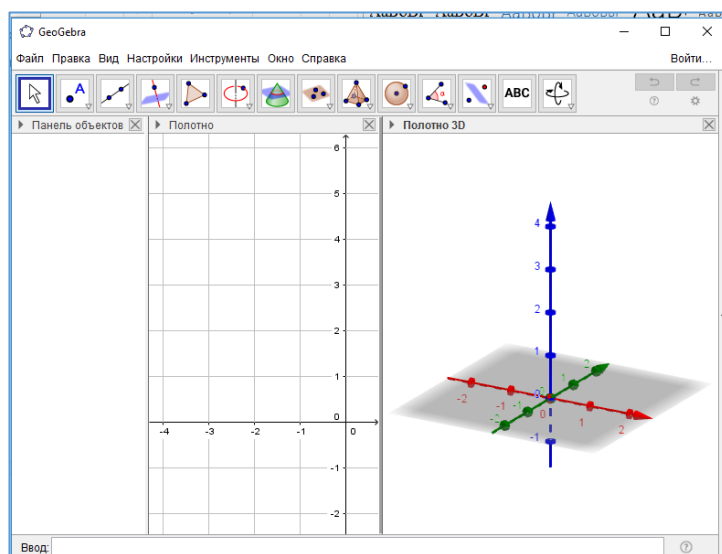


Рис. 11а

Так как на полотне подключена опция – *сетка*, нам не составит труда начертить квадрат. Из ниспадающего меню выберем команду *правильный многоугольник*. Перейдем на *рабочую плоскость полотна* и нанесем первую точку, пусть это будет точка А, затем нанесем вторую точку В, при этом появится окно, в котором нам остается только отметить требуемое количество вершин, в данном случае – 4. Нажимаем ОК (рис. 11б). Появится фигура – квадрат. Обратите внимания, что на полотне 3D также появится квадрат, основание будущего куба (рис. 11в)

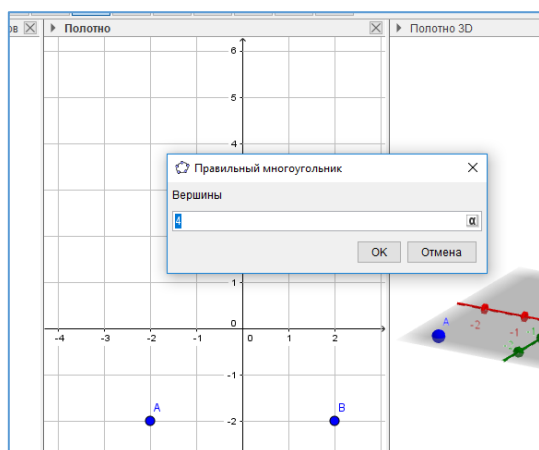


рис. 11б

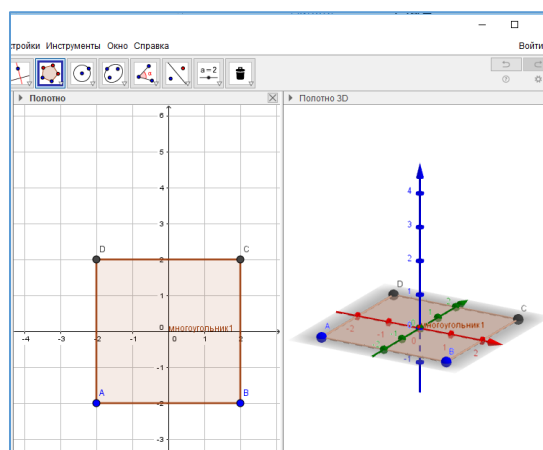


рис. 11в

При необходимости можно сразу изменить размер и цвет вершин (точек). Напомним, как это делается. Кликаем по одной из точек, расположенных на *панели объектов* правой кнопкой мыши (рис. 11г), из контекстного меню выбираем *свойства*, при этом откроется окна, в котором и будем производить все необходимые изменения.

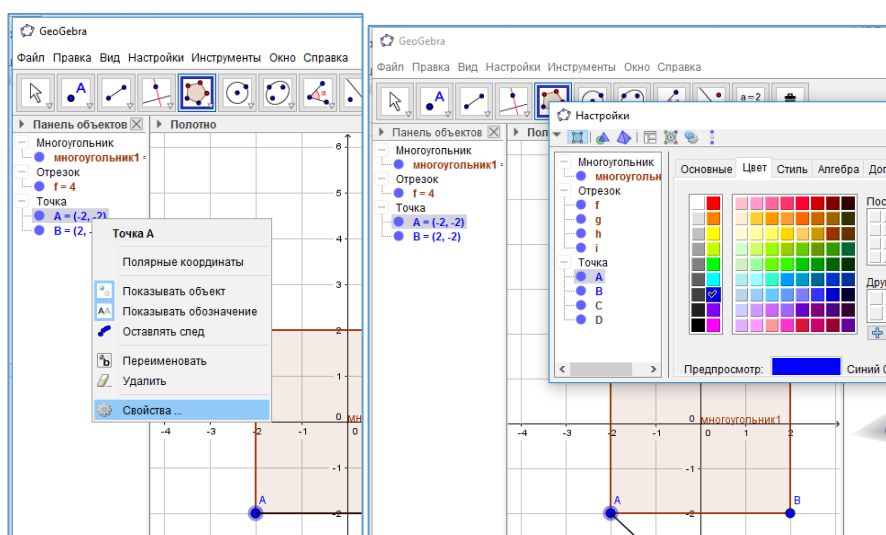


Рис. 11г

Выделяем все четыре точки (удерживая кнопку shift на клавиатуре и поочередно кликаем по каждой из точек ABCD). В разделе *цвет*, изменяем цвет точек. В разделе *стиль*, изменяем форму точек, делаем ее больше или меньше. Обратите внимание, что кнопки ОК здесь нет. При выборе определенных свойств, действия вступают в силу автоматически. Таким образом, произведя все необходимые действия может получится следующая картинка (рис. 11д).

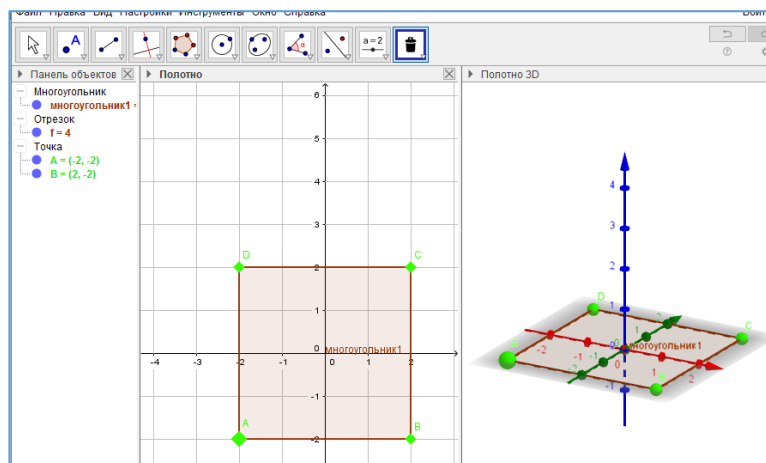


Рис. 11д

Далее, переходим к *полотну 3D* (кликаем 1 раз ЛКМ по названию окна). Обратите внимание, что автоматически изменится и набор инструментов, расположенных на панели инструментов. Выбираем инструмент *куб* (рис. 11е).

Если вы забыли, как построить куб, для этого достаточно *подвести мышку* к инструменту куб (кликать по нему не надо), появиться подсказка. Следуйте рекомендациям появившимися на экране и постройте куб (рис. 11ж)

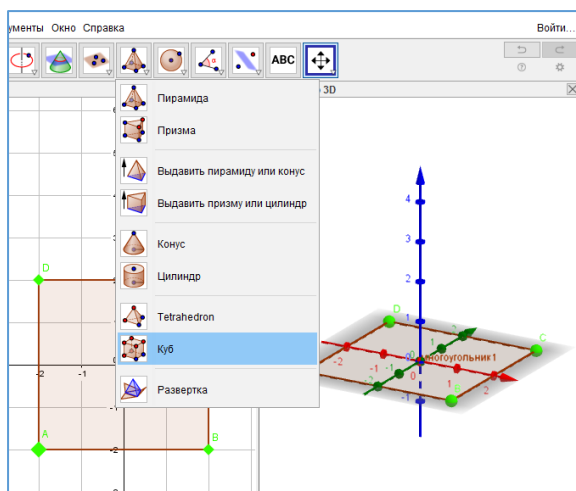


Рис. 11е

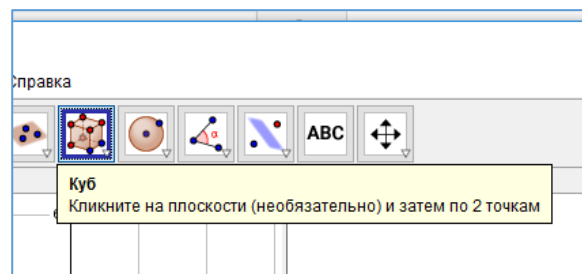


Рис. 11ж

Кликнув по двум точкам А и В, появится куб (рис. 11з)

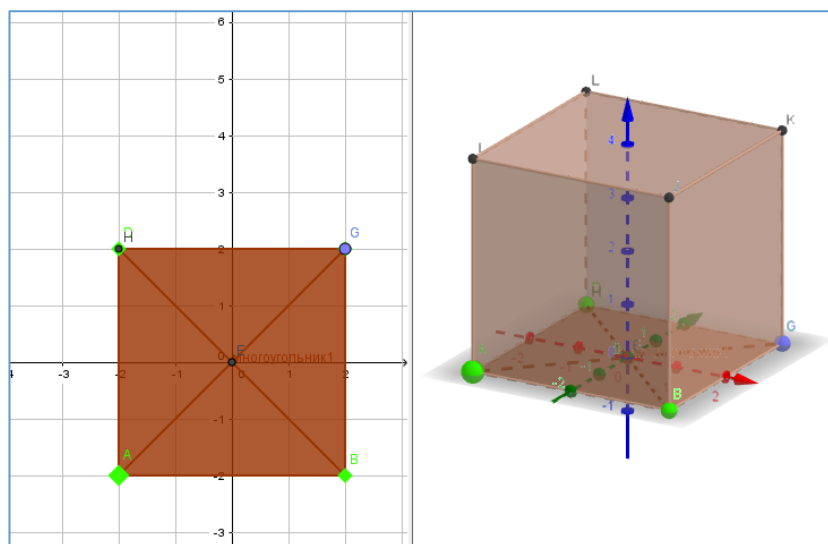


Рис. 11з

Теперь можно произвести оформление деталей куба – точек, граней, ребер (цвет, размер и т.д.) так как это описано выше, см. *рисунок 11г*. Помните, что все свойства куба, размещаются на панели объектов. Для активации нужного объекта следует кликнуть по нему 1 раз ПКМ.

Приступим к построению *развертки куба*. Для этого, вновь активируем полотно 3D и кликаем по инструменту *многогранник*, выбираем из ниспадающего меню команду *развертка*, затем, кликаем по кубу. Развертка куба выполнена (*рис. 11и*)

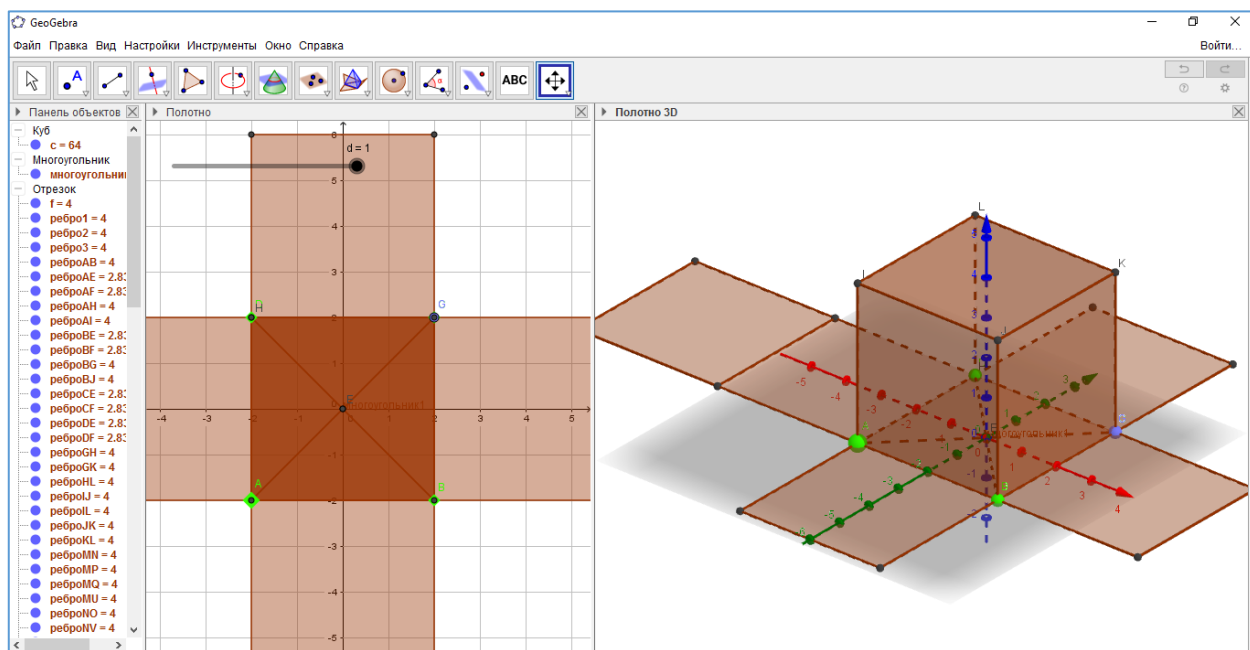


Рис. 11и

Из фигуры квадрат можно построить не только куб, но и пирамиду.

Построение пирамиды, её развертки и построение сечения, которое проходит через два отрезка и вершину пирамиды описано в *приложении 3*

3.3 Педагогический эксперимент

Проверка эффективности разработанных методических материалов использования информационных технологий как средства формирования пространственного мышления учащихся при изучении курса стереометрии проводилась во время занятий. Базой для ее проведения явились учащиеся 10 класса ГОУ РК «ФМЛИ» (экспериментальная группа) и в качестве контрольной группы выступали учащиеся 10 класса МАОУ «ТХЛ». В педагогическом эксперименте всего приняло участие 40 учащихся.

К целям эксперимента мы отнесли:

- выявление уровня сформированности пространственного мышления учащихся 10-х классов, необходимых при решении геометрических задач;
- разработка и апробирование комплекса методических приемов по усвоению новых знаний, направленных на формирование пространственного мышления школьников;
- подтверждение гипотезы о том, что применение в процессе обучения стереометрии разработанных методических материалов с использованием информационных технологий будет способствовать формированию пространственных представлений школьников.

Экспериментальная работа проводилась в три этапа: констатирующий срез, формирующий эксперимент, контрольный срез.

3.3.1 Констатирующий срез.

На начальной стадии эксперимента проводилось сравнение контрольного и экспериментального классов по уровню математической подготовки вообще и уровню сформированности пространственного мышления в частности. Результаты анализа контрольных работ, беседы с учителями, тестирование учащихся показали, что уровень математической подготовки старшеклассников в обеих группах существенно не отличаются.

Об этом можно судить по диаграмме 1 и таблице 4

Диаграмма 1



Результаты основного государственного экзамена по математике

Таблица 4

Количество баллов	Количество учеников	
	Контрольная группа	Экспериментальная группа
33 балла	6	5
30 баллов	2	--
28 баллов	2	4
25 баллов	1	5
23 балла	3	3
21 балл	1	--
16 баллов	5	2
Средний балл	26,2	25,55

Итак, средний балл по геометрии за 9 класс составил 3,8 и 3,85 баллов соответственно в контрольной и экспериментальной группах. А также средний бал за ОГЭ по математике составил – 26,2 25,55 баллов. То есть выбранные группы находятся в равных условиях.

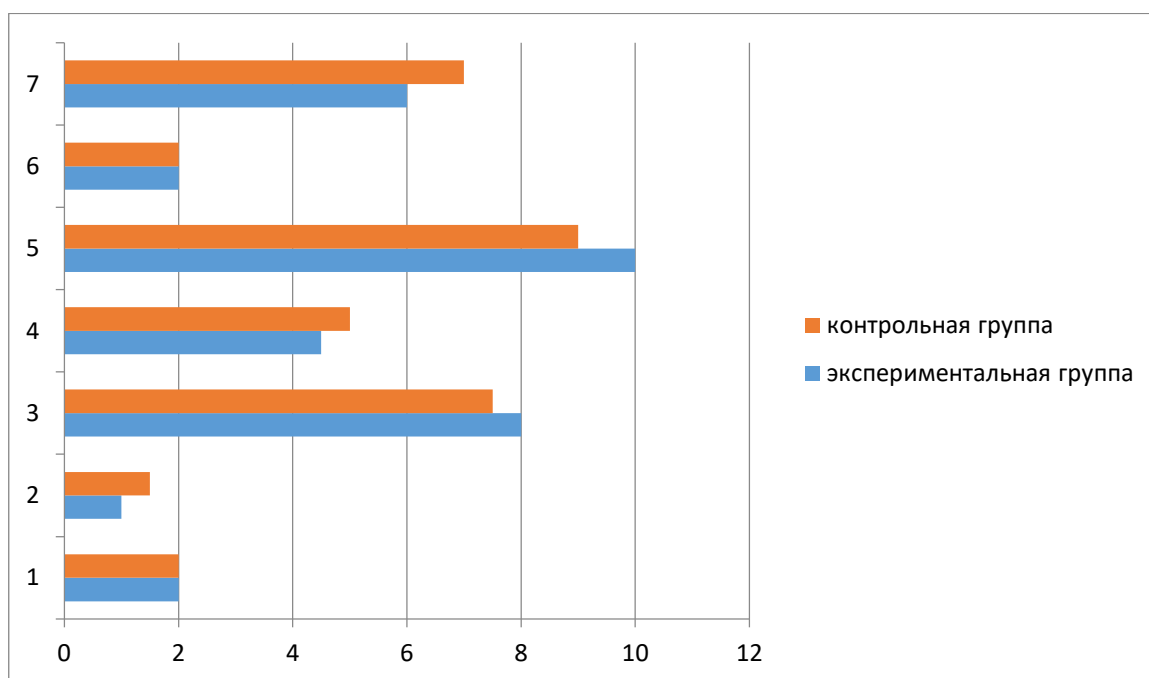
С целью диагностики уровня развития пространственного мышления учащихся был проведен тест пространственного мышления (далее ТПМ). За основу был взят тест, разработанный одним из ведущих специалистов в области психологии и педагогики Якиманской И.С. (приложение 4).

Он включает задания, которые требуют от испытуемых в процессе создания образа работы с величиной объектов, их формой, а также оперирования образами, приводящего к мысленному видоизменению положения объекта, его структуры, к одновременному изменению пространственного положения и структуры образа. Таким образом, были задания направленные на выявление процесса создания образа и на фиксацию типов оперирования образом. Задания охватывают различные предметы: черчение, геометрию, рисование, технологию. Тест содержит 7 типов заданий, в каждом из которых содержатся задания двух уровней сложности. Тест является как бы универсальным, то есть может быть пригоден не только для учащихся 10 – х классов, но и более младшего возраста. При

прохождении теста фиксировалось время за которое было выполнено то или иное задание. На диаграмме можно увидеть сколько времени было затрачено в среднем всеми учащимися одной группы на каждое задание.

Диаграмма 2

*Количество времени, затраченное в среднем
на выполнение каждого задания (в минутах)*



В среднем время, затраченное экспериментальной группой составляет – 35 минут, а контрольной группой – 34 минуты.

Результаты констатирующего теста проведенного в экспериментальной и контрольной группах и приведенные в *таблице 5 и диаграмме 3* подтверждают, что уровень сформированности пространственного мышления учащихся практически не отличается друг от друга. А значит результаты исследования (контрольного среза) будут полностью зависеть от применения методических рекомендаций по формированию пространственного мышления с помощью информационных технологий. Хочется отметить, что анализ констатирующего теста также показывает, что уровень сформированности пространственного мышления в обеих группах достаточно не высокий и среди умений в достаточной степени только развиты умения сопоставлять различные

изображения образа геометрической конфигурации (оперировать различной наглядностью).

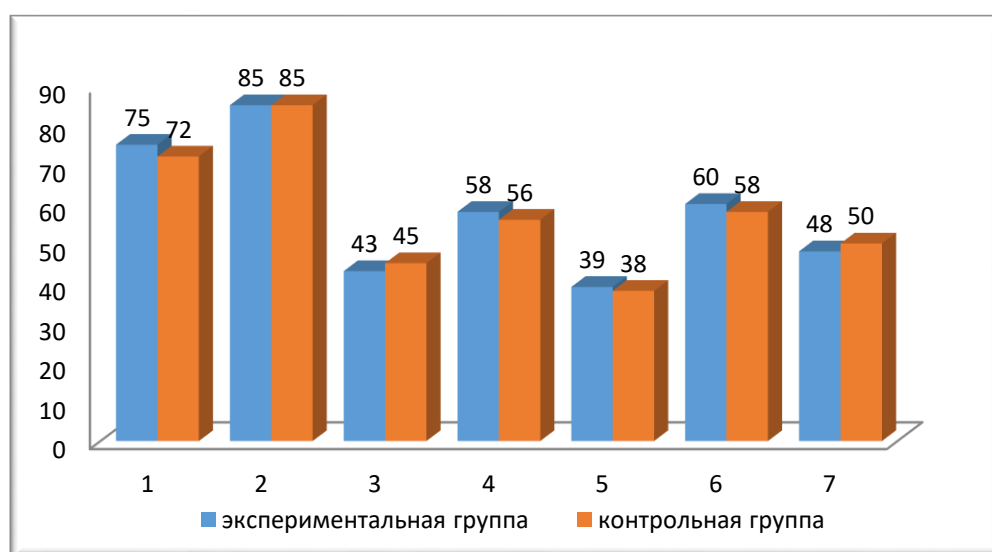
Таблица 5

**Результаты констатирующего среза в экспериментальной и контрольной группах
(в%)**

Тип задания	Экспериментальная группа	Контрольная группа
1	75	72
2	85	85
3	43	45
4	58	56
5	39	38
6	60	58
7	48	50

Диаграмма 4

**Результаты констатирующего среза в экспериментальной и контрольной группах
(в %)**



3.3.2 Формирующий этап

На втором этапе эксперимента уточнялась гипотеза исследования, рассматривались основные положения курса геометрии (стереометрии) в рамках компьютерного обучения; был разработан контрольный срез для определения уровня знаний, умений и навыков в конце эксперимента с целью выяснения, действительно ли разработанные нами материалы (методика обучения, дидактические материалы, конспекты уроков, инструкции для учащихся) и прикладное программное обеспечение позволяют повысить эффективность обучения геометрии учащихся 10-11 классов, способствуют повышению качества их знаний.

Данный этап был направлен на формирование и развитие пространственного мышления учащихся с использованием прикладного программного обеспечения. Обучение происходило по разработанным нами методическим рекомендациям для учителей математики только в экспериментальной группе. В контрольной группе использовались традиционные формы обучения.

В методических рекомендациях главный акцент делается на основные условия формирования пространственного мышления в процессе обучения стереометрии: использование упражнений, ориентированных на формирование и развитие комплекса умений, составляющих содержание пространственных представлений и характеризующих их сформированность, а также проведение уроков – практикумов с использованием выбранного нами программного обеспечения GeoGebra, причем используемого как учителем, так и учащимися. Основные типы упражнений, ориентированные на формирование и развитие пространственных представлений при обучении геометрии подробно рассмотрены в пункте 3.1 и *приложении 1.2*

Развитие и совершенствование умений решать геометрические задачи обуславливает графическая культура учащихся, их умения выполнять рисунки, способность и навыки к визуализации задачи. Данные упражнения активно способствуют развитию конструктивных умений и навыков. Кроме того, все они направлены на развитие пространственных представлений и воображения. Ведь в процессе решения таких задач, прежде чем изобразить пространственный объект с помощью рисунка или чертежа, необходимо отчетливо представить его, мысленно выполнить определенные конструктивные операции с его элементами. Задачи, выполняемые без применения чертежных инструментов, развивают глазомер, точность движений, что также является характеристикой развитых пространственных представлений.

Большую роль для развития умений оперировать созданным пространственным

образом играют задачи на построение и использование разверток пространственных фигур. (приложение 3) В процессе построения развертки необходимо мысленно развернуть геометрическую фигуру, сопоставить полученный результат с наглядным изображением (или существующим представлением), осуществлять анализ и синтез пространственного образа, удерживая его в памяти, изменять пространственное положение и структуру образа. В результате этих действий получен новый образ - развертка.

Методику формирования пространственного образа геометрического объекта при помощи информационных технологий рассматривалось на примере изучения многогранников и построения сечений.

Эти уроки проводились в соответствии с программой, но на каждом уроке использовалась презентация по данной теме и программное обеспечение GeoGebra. На них были изучены основные понятия и определения, связанные с кубом, параллелепипедом, пирамидой и призмой. Были выведены формулы для вычисления площадей их боковой и полной поверхностей, рассмотрены типовые и более сложные задачи на построение сечений. Несколько уроков проводилось в форме практикумов, на которых учащиеся работали (решали задачи) сначала по инструкции в программе GeoGebra, а затем и самостоятельно. Также проводились уроки в технологии «перевёрнутого обучения», которые мотивировали учащихся на самостоятельное изучение компьютерных программ и поддерживали интерес к решению стереометрических задач с помощью прикладного программного обеспечения.

Нами были рассмотрены и отработаны задания на отработку основных умений и навыков, которые являются основными в процессе формирования пространственного мышления. При решении упражнений возникшие затруднения сразу устранялись по мере их возникновения и решались подобные задания на закрепление пройденного материала. Они были достаточно интересны и разнообразны по своему содержанию, отличались новизной формулировок, а также тем, что необходимо было логически мыслить при поиске ответа на поставленный вопрос.

Занятия дали положительный результат по формированию умений:

- ✓ сопоставлять различные изображения образа геометрической конфигурации (оперировать различной наглядностью);
- ✓ анализировать образ геометрической конфигурации;
- ✓ синтезировать образ геометрической конфигурации;
- ✓ вычленять форму образа геометрического объекта;
- ✓ определять взаимное расположение данного образа геометрического объекта

относительно других образов;

- ✓ определять взаимное расположение отдельных элементов образа геометрического объекта;
- ✓ конструировать образы новых геометрических конфигураций и воспроизводить их с помощью модели, рисунка, чертежа или словесного описания.

3.3.3 Контрольный срез

Для сравнения результатов констатирующего среза по формированию пространственного мышления, по выявлению уровня сформированности вышеперечисленных умений, был проведен контрольный срез. Контрольный срез также проводился в двух группах. В срезе содержалось семь заданий, направленных на выявление уровня сформированности пространственного мышления учащихся 10 классов. Все задания объединяла общая цель – сформировать пространственное мышление учащихся с использованием информационных технологий при изучении стереометрии. Рассмотрим задания одного из вариантов.

1. Какие из предложенных на *рисунке 12* фигур являются разверткой правильной 6-тиугольной призмы?

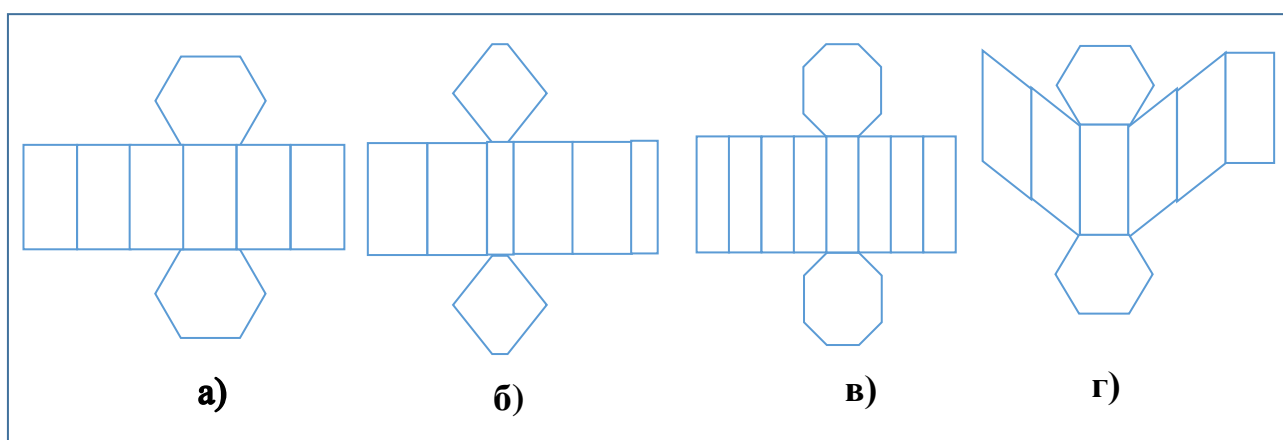


Рис.12

2. В кубе $ABCDEFGH$ точки M , N и K расположены на ребрах EF , CG , AD соответственно так, что $EM = MF$, $CN : NG = 1 : 2$, $AK : KD = 1 : 3$. Построить сечение куба плоскостью MNK .

3. Установите вид параллелепипеда, если а) все грани равны; б) все грани равновелики; в) все его диагонали равны; г) два диагональных сечения перпендикулярны основанию; д) две его смежные грани - квадраты; е) перпендикулярное сечение к каждому ребру является прямоугольником.

4. В основании наклонной призмы правильный пятиугольник. Сколько граней у

данной призмы? Какими геометрическими фигурами являются ее грани? Могут ли среди боковых граней быть прямоугольники? Изобразите данную призму.

5. Докажите, что центры граней куба являются вершинами октаэдра, а центры граней октаэдра являются вершинами куба.

6. Площади двух боковых граней наклонной треугольной призмы равны 40 и 30 см². Угол между этими гранями прямой. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

7. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ($AB = BC$) как провести на его поверхности кратчайшую линию, соединяющую вершины B и D_1 (ответ может быть получен при помощи развертки двух смежных граней)?

Результаты контрольного среза, проводимого в контрольной и экспериментальной группах показаны в *таблицах 6,7,8* и на *диаграммах 5,6*, в которых отражен процент выполняемости данных заданий по уровням: «справились», «частично справились» или «не справились».

Таблица 6

Результаты контрольного среза в экспериментальной группе (в %)

№ задачи	Справились	Частично справились	Не справились
1	95	5	0
2	70	20	10
3	63	27	15
4	74	23	10
5	65	30	5
6	60	30	10
7	65	28	7

Диаграмма 5

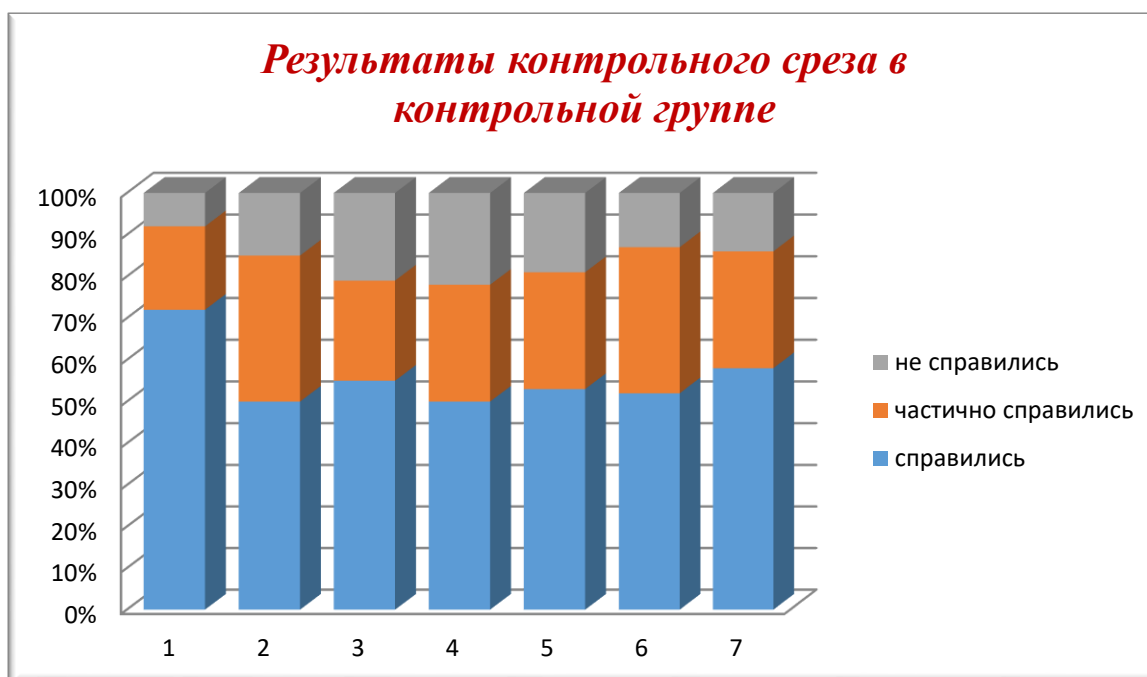


Таблица 7

Результаты контрольного среза в контрольной группе (в%)

Задания	Справились	Частично справились	Не справились
1	72	20	8
2	50	35	15
3	55	24	21
4	50	28	22
5	53	28	19
6	52	35	13
7	58	28	14

Диаграмма 6



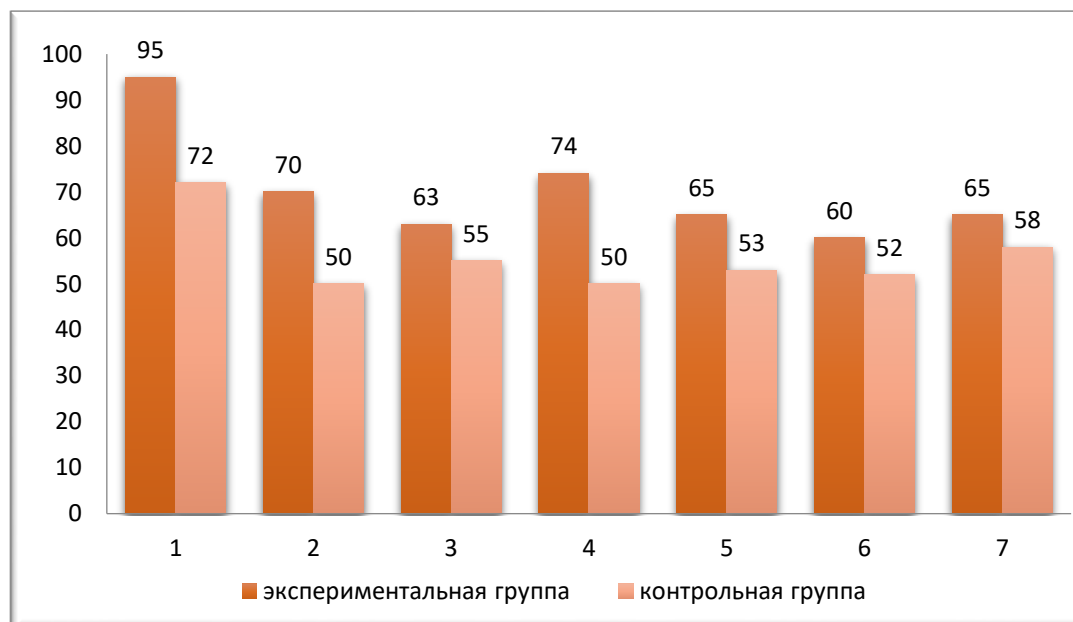
Проанализировав результаты теста, можно отметить какие умения оказались сформированы лучше остальных. Это умения сопоставлять различные изображения образа геометрической конфигурации; анализировать образ, вычленять форму образа геометрического объекта; конструировать образы новых геометрических конфигураций и воспроизводить их с помощью модели, рисунка, чертежа или словесного описания.

Таблица 8

Сравнение результатов контрольного среза в экспериментальной группе
и контрольной группах (в %)

№ задачи	Контрольная группа	Экспериментальная группа
1	95	72
2	70	50
3	63	55
4	74	50
5	65	53
6	60	52
7	65	58

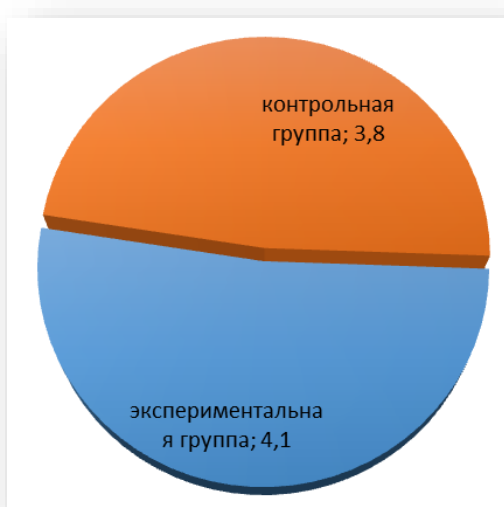
Сравнение результатов контрольного среза в экспериментальной группе и контрольной группах (в %)



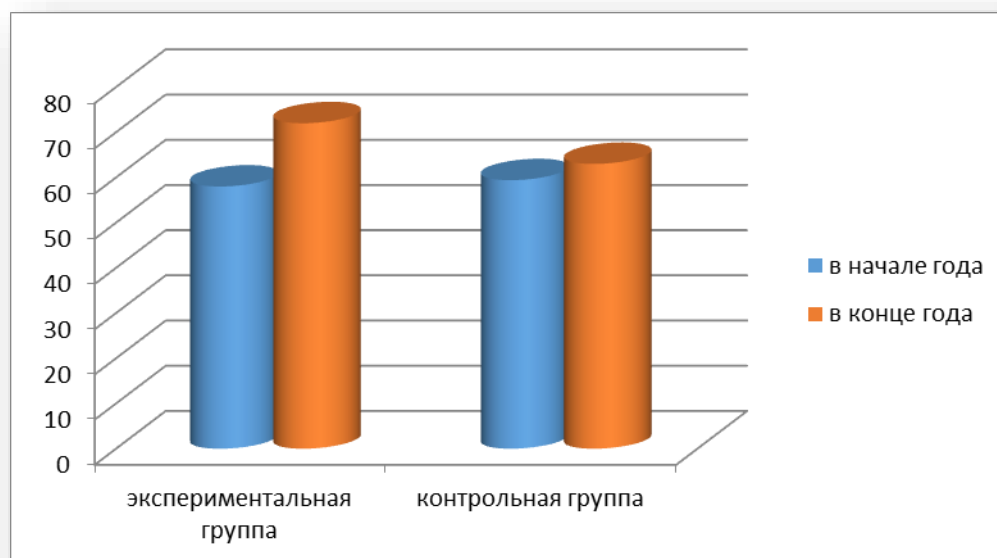
Сравнивая результаты теста в обеих группах, можно отметить, что в экспериментальной группе результаты улучшились, вышеперечисленные умения в большей степени сформированы. Кроме того, были проанализированы и итоговые отметки за год по геометрии. Сравнение средних баллов показывает, что качество обученности в экспериментальной группе возросло (диаграммы 8,9).

Диаграмма 8

Средний балл по геометрии



Сравнительная характеристика качества обученности (в %)



Таким образом, на основе проведенных срезов и анализа занятий была сделана количественная и качественная оценка результатов апробирования

Выводы по 3 главе:

1. В ходе исследования были разработаны методические материалы по формированию пространственного мышления учащихся с помощью информационных технологий, которые включают в себя методические рекомендации для учителя по работе в программном обеспечении GeoGebra, специально подобранную систему упражнений, направленную на формирование пространственного мышления учащихся.

2. Для продуктивной работы на уроках геометрии и лучшего усвоения программного материала, для формирования умений и навыков решения стереометрических задач разработана инструкция для учащихся по работе с программным обеспечением GeoGebra.

3. Проведен и описан педагогический эксперимент по определению уровня сформированности пространственного мышления учащихся.

Заключение

Данная работа посвящена решению актуальной проблемы: методические аспекты формирования пространственного мышления учащихся 10-11 классов в процессе преподавания стереометрии с использованием компьютерных программ. Основным средством для решения этой проблемы были выбраны графические работы, являющиеся одним из видов учебной наглядности, применяемых в школе.

В ходе теоретического и экспериментального исследования в соответствии с его целью и задачами получены следующие выводы и результаты.

1. На основе анализа соответствующей литературы, а также опыта использования информационных технологий в процессе обучения геометрии установлена целесообразность включения компьютерной поддержки в процесс изучения геометрии в старших классах общеобразовательной школы.

2. Разработаны методические рекомендации для подбора учебного материала, для проведения уроков по геометрии с использованием компьютерных обучающих программ, включающие в себя проработку учебного материала на всех этапах урока, регулярного включения элементов контроля в процессе их усвоения и связанных с ними заданий.

3. Выдвинуты и обоснованы дидактические требования к использованию информационных технологий на уроках стереометрии:

- ☐ правильный подбор учебного материала для компьютерного представления;
- ☐ предварительная организационная работа учителя (беседа, определение порядка работы и пр.);
- ☐ наблюдение за работой учащихся в процессе компьютерных занятий;
- ☐ соблюдение регламента работы за компьютером;
- ☐ получение обратной связи от учеников о том, насколько эффективной была работа уроке.

4. Апробировано применение компьютерных обучающих программ в рамках уроков основных типов по стереометрии в 10-11 классах общеобразовательной школы.

На примерах отдельных тем курса стереометрии, разработаны методические рекомендации обучения геометрии школьников с использованием компьютерных обучающих программ.

Систематизация результатов, полученных в ходе исследования позволила выявить условия формирования пространственного мышления учащихся: использование различных видов деятельности, в первую очередь деятельности по решению специально подобранных упражнений, ориентированных на развитие пространственных представлений;

использование рациональной системы средств наглядности. Как показала практика преподавания, учет и использование этих условий и приемов успешно способствует работе по развитию пространственного мышления учащихся и способствует повышению качества обученности.

Таким образом, приведенные в работе теоретические положения и разработанные практические рекомендации по использованию прикладного программного обеспечения при изучении стереометрии в курсе средней школы могут быть применены в работе учителя математики.

Системы заданий на создание геометрических образов и оперирование ими, способствующие формированию пространственного мышления учащихся

Упражнения на исследование свойств геометрических объектов

а) Задачи-вопросы на распознавание объекта по изображению или словесному описанию.

1. Существует ли четырехугольная пирамида, все ребра которой равны между собой?
2. Могут ли все боковые грани шестиугольной пирамиды быть равносторонними треугольниками?
3. Установите вид параллелепипеда, если а) все грани равны; б) все грани равновелики; в) все его диагонали равны; г) два диагональных сечения перпендикулярны основанию; д) две его смежные грани - квадраты; е) перпендикулярное сечение к каждому ребру является прямоугольником?

б) Задачи на выделение требуемых фигур из состава чертежа.

Выпишите все изображенные на рисунке пирамиды и призмы, указывая вид фигуры.

в) Задачи на сопоставление различных видов изображений данного пространственного объекта (модели, развертки, чертежа, рисунка, проекции и т.п.).

Какие из предложенных на рисунке конфигураций являются развертками данного куба?

г) Задачи на определение взаимного расположения объектов и их элементов.

1. Вершины А и В параллелограмма лежат в плоскости α , а его вершина С не принадлежит этой плоскости. Как могут быть расположены относительно плоскости α стороны AD и CD параллелограмма? прямая p не имеет общих точек с линией пересечения плоскостей α и β . При этом p принадлежит β . Как она может быть расположена относительно плоскости α ?

Упражнения на изображение геометрических объектов

а) Задачи на изображение пространственной фигуры, заданной словесным описанием.

1. В пирамиде с основанием в виде правильного треугольника одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания. Что представляют собой грани такой

пирамиды? Каким образом проходит высота пирамиды? Изобразите данную пирамиду?

2. В основании наклонной призмы правильный пятиугольник. Сколько граней у данной призмы? Какими геометрическими фигурами являются ее грани? Могут ли среди боковых граней быть прямоугольники? Изобразите данную призму.

б) Задачи, в которых требуется достроить фигуру или восстановить чертеж.

1. Достройте изображение фигуры до куба:
2. Достройте изображение фигуры до треугольной пирамиды:
3. Достройте изображение фигуры до произвольного многогранника:
4. Достройте изображение многогранников по заданным вершинам: треугольная пирамида; треугольная призма;

в) Задачи на построение и использование разверток пространственных фигур.

1. Нарисуйте разные развертки: а) правильного тетраэдра, б) куба.
2. Дан прямоугольный параллелепипед ABCDA₁B₁C₁D₁ (AB = BC) как провести на его поверхности кратчайшую линию, соединяющую вершины B и D₁ (ответ может быть получен при помощи развертки двух смежных граней)?

3. Постройте развертку наклонной треугольной призмы.

г). Задачи, в которых по наглядному изображению или словесному описанию пространственного объекта требуется построить ее проекции.

1. Какая фигура может быть проекцией: а) отрезка, б) треугольника на данную плоскость (рассмотреть различные направления проектирования)?
2. Какое наименьшее число сторон может иметь параллельная проекция на плоскость выпуклого многогранника, имеющего p граней?
3. Многогранник имеет p вершин. Показать, что существует его параллельная проекция на плоскость, имеющая: не менее четырех вершин, не более $p - 1$ вершины.

д). Задачи, в которых по заданной проекции пространственного объекта необходимо восстановить его наглядное изображение.

Нарисуйте многогранник, заданный проекциями на три попарно перпендикулярные плоскости.

Упражнения на выполнение геометрических преобразований на плоскости и в пространстве

а) Задачи на отыскание множеств точек - образов при определенном геометрическом преобразовании точки.

Постройте произвольный прямоугольник и его образ при симметрии с центром в

точке пересечения его диагоналей. Какая фигура является пересечением (объединением) данного прямоугольника и его образа?

б) Задачи на установление числа осей (плоскостей, центров) симметрии.

1. Найти множество осей симметрии у двух данных точек M и P на плоскости и в пространстве.

2. Сколько плоскостей симметрии имеет а) куб, б) цилиндр?

3. Приведите пример фигуры, имеющей более одного центра симметрии.

в) Задачи на построение осей (центров, плоскостей) симметрии или фигур, имеющих оси (центры, плоскости) симметрии.

1. Начертите два угла, таких, что один из них может быть получен из другого с помощью центральной симметрии.

2. Отметьте три точки A, B, C . Дополните это множество четвертой точкой D так, чтобы фигура $\Phi = \{A, B, C, D\}$ имела а) центр симметрии; б) ось симметрии. Рассмотрите все возможные случаи.

3. Будет ли фигура, являющаяся объединением полосы и прямой, не принадлежащей ей, иметь центр симметрии? Рассмотрите все возможные случаи.

г) Задачи на создание новых образов пространственных объектов путем геометрических преобразований исходных.

В прямоугольнике $ABCD$ мысленно проведите прямую AK (K - середина стороны BC), представьте, что прямоугольник разрезан по ней и треугольник ABK повернут вокруг точки K так, что BK и KC совместились. В какую фигуру превратится прямоугольник?

Упражнения на конструирование и моделирование новых образов геометрических объектов

Нарисуйте фигуру, получающуюся в пересечении двух равных цилиндров, оси которых пересекаются под прямым углом.

Упражнения к теме: «параллельность прямых и плоскостей»

Задания на создание геометрического образа.

Сделайте чертежи по условиям задач, используя данные в них обозначения.

- 1) Прямая MP параллельна плоскости α , а прямая MT пересекает эту плоскость в точке T .
- 2) Плоскость a пересекает три параллельные прямые a , b и c соответственно в точках A , B и C , принадлежащих одной прямой.
- 3) Плоскость α пересекает три параллельные прямые a , b и c соответственно в вершинах треугольника ABC .
- 4) Основание AD трапеции $ABCD$ лежит на плоскости a , а прямые BK и CK пересекают эту плоскость соответственно в точках B_1 и C_1 .
- 5) Плоскость a проходит через середины сторон AB и AC треугольника ABC и не содержит вершины A .
- 6) Прямая MP параллельна плоскости α , а плоскость PMT пересекает плоскость α по прямой KT .
- 7) Прямая a параллельна каждой из пересекающихся плоскостей α и β .
- 8) Прямая a параллельна каждой из параллельных плоскостей α и β .
- 9) Плоскости α и β имеют общую прямую a , плоскости α и γ - общую прямую b , а плоскости β и γ - общую прямую c . Прямые a и b пересекаются в точке M .
- 10) Плоскости α и β имеют общую прямую a , плоскости a и γ - общую прямую b , а плоскости β и γ - общую прямую c . Прямые a и b параллельны.
- 11) Плоскости α и β имеют общую прямую a , плоскости α и γ - общую прямую b , а плоскости β и γ параллельны.
- 12) Сторона BC треугольника ABC лежит на плоскости α . Через вершину A и точку M - середину стороны AC - проведены соответственно плоскости β и γ , пересекающие плоскость треугольника ABC по прямым AK и MT .

Задания на выделение существенных признаков геометрических понятий, их актуализацию

- 1) Существуют ли две параллельные прямые, каждая из которых пересекает две данные скрещивающиеся прямые?
- 2) Две прямые параллельны плоскости α . Параллельны ли они между собой?
- 3) Линии пересечения плоскостей α и β плоскостью параллельны между собой. Параллельны ли плоскости α и β ?

Задания на вычленение фигуры из состава других фигур чертежа

- 1) Дан тетраэдр PABC. Точки K_1, K_2, K_3, K_4, K_5 и K_6 - середины ребер соответственно AP, AB, BC, CP, PB, AC. Как расположены прямые: а) AP и BC; б) $K_1 K_5$ и BC; в) $K_2 K_5$ и $K_3 K_4$; г) $K_1 K_2$ и $K_3 K_4$; д) $K_1 K_5$ и $K_2 K_4$; е) $K_2 C$ и $K_3 K_6$; ж) $K_5 K_6$ и $K_1 K_2$; з) $K_2 K_4$ и $K_5 K_6$?
- 2) Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Пусть $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$ - середины ребер соответственно $A_1 B_1, B_1 C_1, B B_1, C C_1, D D_1, AB$ и AD . Как расположены прямые: а) $P_1 P_2$ и $P_3 P_4$; б) $P_2 P_3$ и $P_6 P_7$; в) $P_2 P_3$ и $P_5 P_7$; г) $P_5 P_7$ и $P_3 P_6$; д) $P_2 P_5$ и $P_3 P_7$; е) $P_1 P_2$ и $P_4 P_5$; ж) $P_1 P_3$ и $P_6 P_7$?
- 3) В тетраэдре ABCD точки K, F, N и M - середины ребер соответственно AD, BD, BC и AC.

Заполните таблицу, выбрав (обведя в кружок) определенное вами расположение указанных прямой и плоскости: А - пересекаются, Б - параллельны, В - прямая лежит в плоскости, Г - невозможно определить.

	Прямая и плоскость	Взаимное расположение
1	BD и AMN	А Б В Г
2	MN и ABC	А Б В Г
3	KC и DMN	А Б В Г
4	MN и ABD	А Б В Г
5	KF и DMN	А Б В Г
6	FN и KMF	А Б В Г
7	CF и AND	А Б В Г
8	FN и DMK	А Б В Г

- 4) Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Пусть $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8$ - середины ребер соответственно AB, $B B_1, B_1 A_1, A_1 A, CD, C C_1, C_1 D_1, D D_1$. Каково взаимное положение таких прямых и плоскостей, как: а) $P_3 P_4$ и $P_1 P_2 P_6$; б) $P_7 P_8$ и $P_1 P_2 P_6$; в) $P_4 P_7$ и $P_1 P_2 P_5$; г) $P_1 P_6$ и $AB_1 D$;

д) AC и $P_3P_4P_5$; е) BD и $P_3P_4P_5$?

5) В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка M - середина $A_1 B_1$, N - середина $B_1 C_1$, K - середина AD , P - середина DC , L - середина CC_1 , O - точка пересечения диагоналей квадрата $ABCD$. Точка A_1 - середина AQ .

Заполните таблицу, выбрав (обведя в кружок) необходимое расположение указанных плоскостей: А - параллельны, Б - пересекаются, В – совпадают, Г – невозможно определить.

	Плоскости	Взаимное расположение
1	$A_1 B_1 C_1$ и ADC	А Б В Г
2	MPK и $BB_1 D$	А Б В Г
3	MNK и MNP	А Б В Г
4	$D_1 KP$ и BMN	А Б В Г
5	QBO и MKP	А Б В Г
6	$QB_1 D_1$ и $A_1 DO$	А Б В Г
7	MNK и PLN	А Б В Г
8	$B_1 KP$ и DMN	А Б В Г
9	$A_1 DC_1$ и $AB_1 C$	А Б В Г
10	QBD и MOB	А Б В Г
11	$A_1 C_1 C$ и MKP	А Б В Г
12	$QC_1 D_1$ и $A_1 B_1 D$	А Б В Г

Задания на сравнение фигур чертежа.

1) К прямой AB в точках C и D проведены перпендикуляры и на них отложены равные отрезки CC_1 и DD_1 . Параллельны ли между собой прямые AB и $C_1 D_1$?

2) В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведено диагональное сечение $AA_1 CC_1$. Параллельна ли плоскости сечения прямая, проходящая через: а) середины ребер $A_1 D_1$? б) центры граней $ADD_1 A_1$ и $CDD_1 C_1$? в) середину ребра AD и центр грани $CDD_1 C_1$? г) центры тяжести ΔABC и $\Delta A_1 B_1 C_1$?

3) Верно ли утверждение: если прямая параллельна плоскости, то она не пересекает ни одной прямой: а) лежащей в этой плоскости? б) параллельной этой плоскости? Ответ обоснуйте.

4) Верно ли утверждение: если две прямые, лежащие в одной плоскости, параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны?

5) Верно ли утверждение: если две прямые, лежащие в одной плоскости, параллельны плоскости, то эти плоскости параллельны?

Задания на построение недостающих фигур чертежа в ходе решения задачи.

Доказать, что проекция точки М отрезка АВ делит проекцию отрезка в таком же отношении, в каком точка М делит отрезок.

Задания на рассмотрение фигур чертежа с разных точек зрения.

1) Треугольник APD и трапеция ABCD имеют общую сторону AD и лежат в разных плоскостях. Через основание BC трапеции и середину отрезка PD - точку К проведена плоскость, которая пересекает прямую AP в точке М, $AD = 2BC$. Докажите, что отрезки MC и BK пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

2) Конец В отрезка АВ лежит в плоскости α ; С - внутренняя точка отрезка АВ.

Через А и С проведены параллельные прямые, пересекающие α соответственно в точках A_1 и C_1 . Найдите длину отрезка CC_1 если:

$$\text{а) } BC=12, \frac{AB}{AA_1} = \frac{3}{5} ; \text{ б) } AA_1 = 15, \frac{AC}{CB} = \frac{2}{3} ; \text{ в) } AA_1 = 21, \frac{AC}{AB} = \frac{2}{7}$$

Задания на оперирование геометрическим образом.

1. Задания на мысленное видоизменение пространственного положения исходного образа.

1) Параллелограммы ABCD и $A_1B_1C_1D_1$ лежат в разных плоскостях. Докажите, что четырехугольник CDD_1C_1 тоже параллелограмм.

2) Через вершины параллелограмма ABCD, лежащего в одной из двух параллельных плоскостей, проведены параллельные прямые, пересекающие вторую плоскость в точках A_1, B_1, C_1 и D_1 . Докажите, что четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$ тоже параллелограмм.

3) Докажите, что если четыре прямые, проходящие через точку А, пересекают плоскость α в вершинах параллелограмма, то они пересекают любую плоскость, параллельную α и не проходящую через А, тоже в вершинах параллелограмма.

2. Задания на мысленное видоизменение структуры геометрического образа.

1) Докажите, что через любую из скрещивающихся прямых можно провести плоскость, параллельную другой прямой.

2) Точки А, В, С и D не лежат в одной плоскости. Докажите, что прямая, проходящая через середины отрезков АВ и ВС, параллельна прямой, проходящей через середины

отрезков AD и CD.

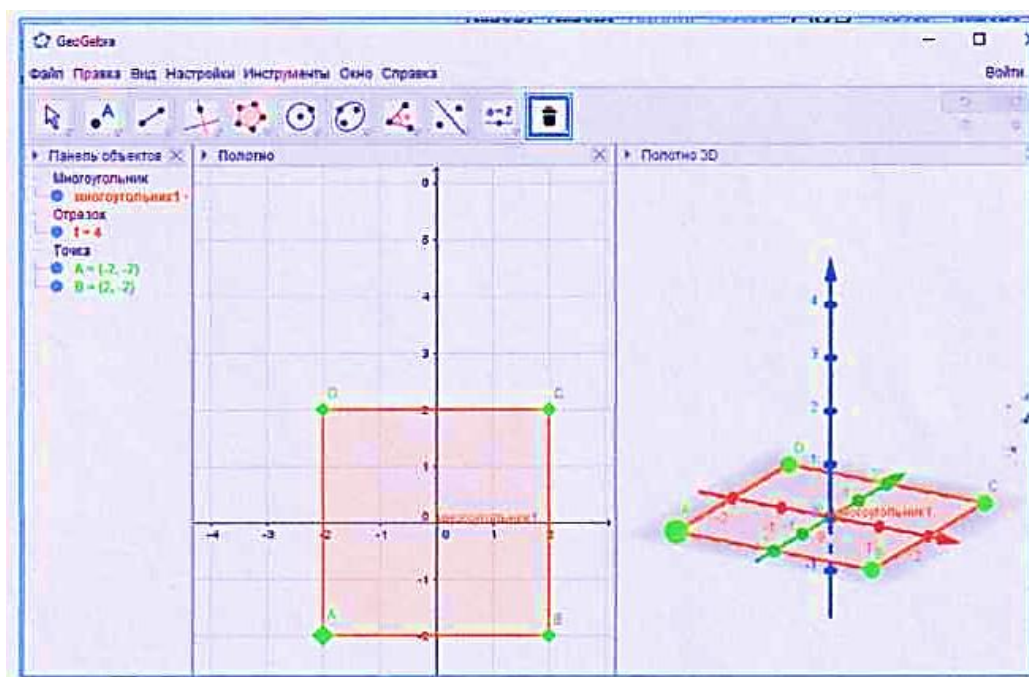
3. Задания на мысленное видоизменение пространственного положения и структуры геометрического образа.

1) Даны две параллельные плоскости, точка вне этих плоскостей и окружность в одной из этих плоскостей. Через каждую точку X окружности и данную точку проводится прямая, пересекающая вторую плоскость в некоторой точке X_1 . Что представляет собой геометрическое место точек X_1 ?

2) Даны две параллельные плоскости, пересекающая их прямая и окружность в одной из плоскостей. Через каждую точку X окружности проводится прямая, параллельная данной прямой и пересекающая вторую плоскость в некоторой точке X_1 . Что представляет собой геометрическое место точек X_1 ?

Построение пирамиды и её развертки

Для этого строим квадрат, так как это было описано выше (рис. 11а -11д).



Затем, кликнем по инструменту *пирамида* и из выпадающего меню выбираем инструмент *выдавить пирамиду или конус*. Переходим на полотно 3D, подводим мышку к центру основания и удерживая левую кнопку мыши вытягиваем центр вверх по вертикальной оси (рис. 11 ж).

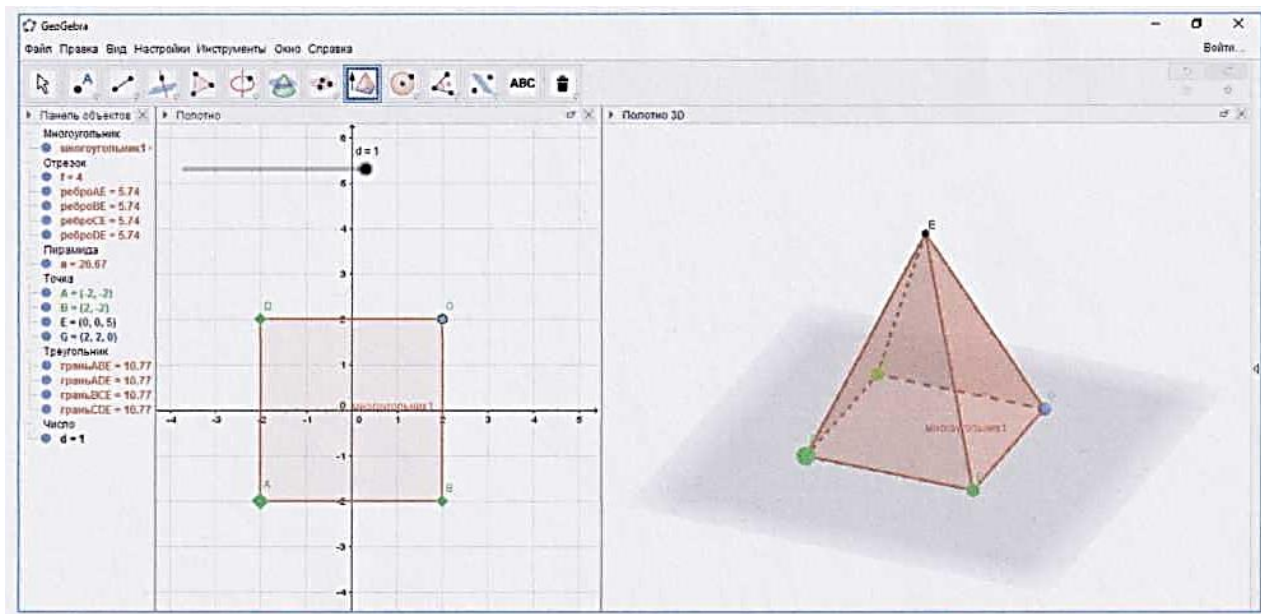


Рис. 11ж

Воспользовавшись инструментом *развертка* и выполнив действия, описанные выше (рис. 11 и) вы получите *развертку пирамиды*.

Построение сечения, которое проходит через два отрезка и вершину

Запускаем программу, подключаем дополнительное *полотно 3D*, описанным выше способом. Построим правильный треугольник. Кликом мышки активируем кнопку *треугольник*, из ниспадающего меню выбираем команду *правильный многоугольник*. Переходим на область *графическая плоскость - полотно*. Произвольно наносим точки на *полотне*. Откроется окно, в котором следует указать цифру равную количеству вершин 3. Нажимаем ОК, треугольник построен. Затем переходим на панель инструментов полотна 3D и активируем кнопку *многоугольник* и из ниспадающего меню выбираем инструмент *выдавить пирамиду*. Появится окно, в котором следует указать цифру, на какую высоту поднять вершину, пусть это будет - 4. (рис. 12).

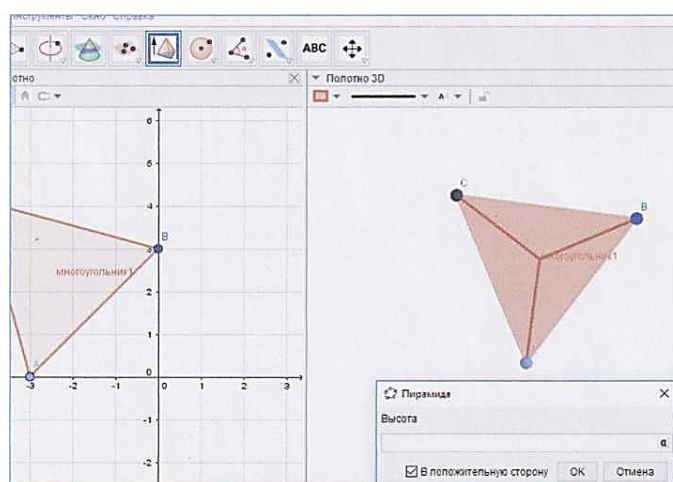


Рис. 12

Теперь построим плоскость сечения, которая проходит через отрезок и вершину пирамиды. Отрезок соединяет середины ребер основания. Чтобы найти середину ребра основания, кликаем по кнопке *точка* и из ниспадающего меню выбираем инструмент *центр или середина* (рис. 12а). Кликаем по ребрам АВ и ВС, точки сами лягут именно по середине (рис. 12б)

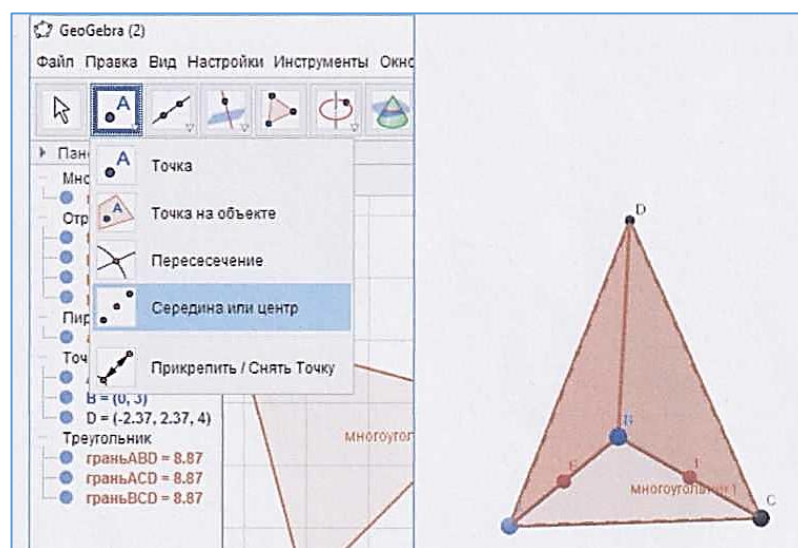


Рис. 12 б

Рис. 12 а

Проведем отрезок перпендикулярно вершине S , далее отметим середину отрезка AC и BC ? проведем медиану, затем проведем еще одну медиану из точки A к точке E . Точка пересечения двух медиан будет точка O . Затем опустим перпендикуляр из точки S к точке O . (рис. 12в)

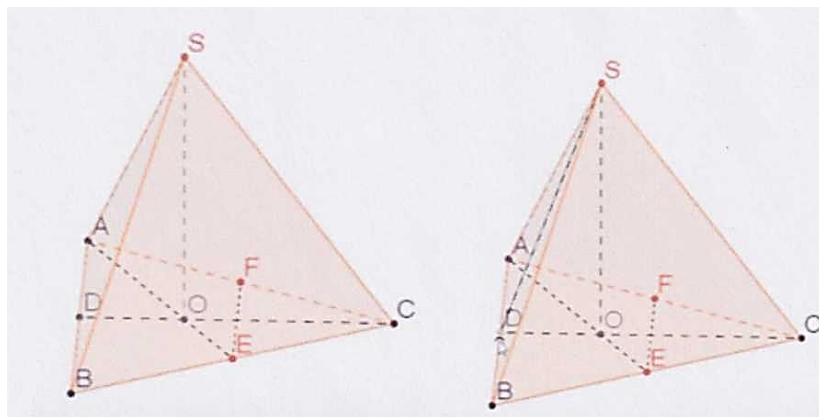


Рис. 12в

Рис. 12г

Отрезок SO это высота пирамиды, теперь покажем плоскость, которая будет перпендикулярна отрезку FE и проходить через вершину S (рис. 12г) для этого также используем инструмент отрезок и проводим медиану от точки D до вершины S . Чтобы построить плоскость, которая пересекает фигуру применяем инструмент *многоугольник* и по очереди кликаем по точкам DSC D (с какой точки начинаем к такой и возвращаемся). Плоскость сечения построена (рис. 12д)

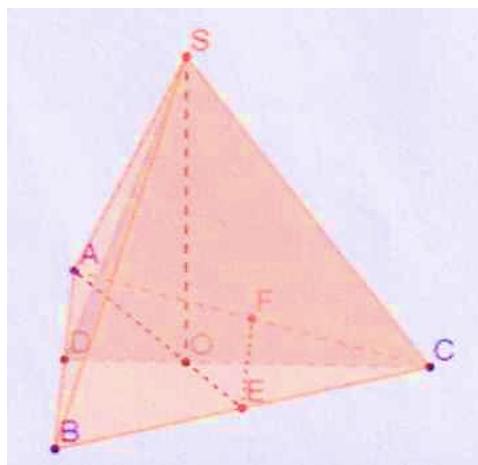
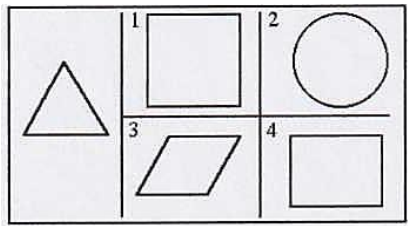
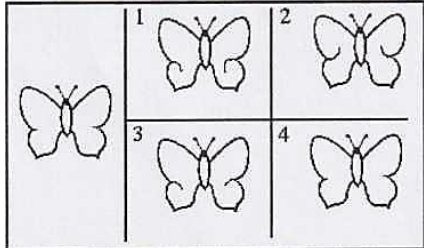
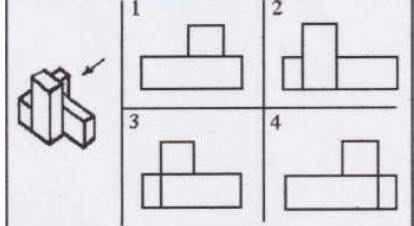
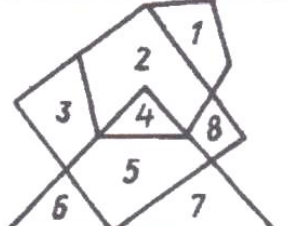
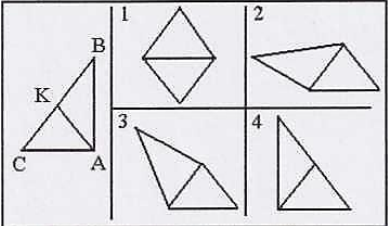
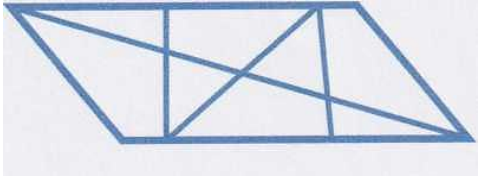
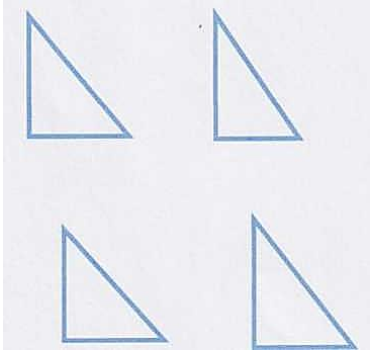


Рис. 12 д

**Тест на определение уровня сформированности
пространственного мышления (Якиманская И.С.)**

<p align="center">Задание 1.</p> <p>Выберите из четырех объектов тот, у которого высота такая же, как у фигуры, нарисованной отдельно.</p>	
<p align="center">Задание 2.</p> <p>Найдите среди представленных фигур (1—4) ту, которая соответствует образцу</p>	
<p align="center">Задание 3.</p> <p>Из четырех изображений выберите то, которое соответствует заданному объекту, если смотреть со стороны, отмеченной стрелкой.</p>	
<p align="center">Задание 4.</p> <p>Укажите ту часть плоскости, которая является общей для всех фигур.</p>	
<p align="center">Задание 5</p> <p>Фигура распознана по линии АК на две части. Представьте, что треугольник АВК повернут вокруг точки К так, что отрезки ВК и КС совместятся. Какая фигура при этом получится?</p>	

<p style="text-align: center;">Задание 6.</p> <p>Определите. Сколько и каких имеется многоугольников. (Различные многоугольники можно получить, по-разному сочетая элементы чертежа).</p>	
<p style="text-align: center;">Задание 7.</p> <p>Даны 4 прямоугольных треугольника. Составьте из них мысленно, используя каждый раз все четыре треугольника: треугольник, прямоугольник, ромб, трапецию, шестиугольник и параллелограмм общего вида. Сколько различных фигур можно составить?</p>	

ПОСТРОЕНИЕ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

1. Построение сечения тетраэдра

Задача 1

На ребрах AB , BC и CD тетраэдра $ABCD$ отмечены точки M , N и P (рис. 1).

Построить сечение тетраэдра плоскостью MNP .

Решение

Построим сначала прямую, по которой плоскость MNP пересекается с плоскостью грани ABC . Точка M является общей точкой этих плоскостей.

Для построения еще одной общей точки продолжим отрезки NP и BC до их пересечения в точке E (рис. 2), которая и будет второй общей точкой плоскостей MNP и ABC .

Следовательно, эти плоскости пересекаются по прямой ME .

Прямая ME пересекает ребро AC в некоторой точке Q .

Четырехугольник $MNPQ$ - искомое сечение

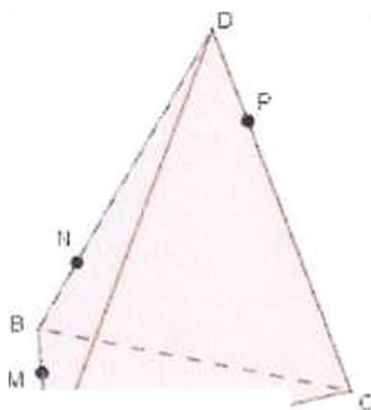


Рис. 1

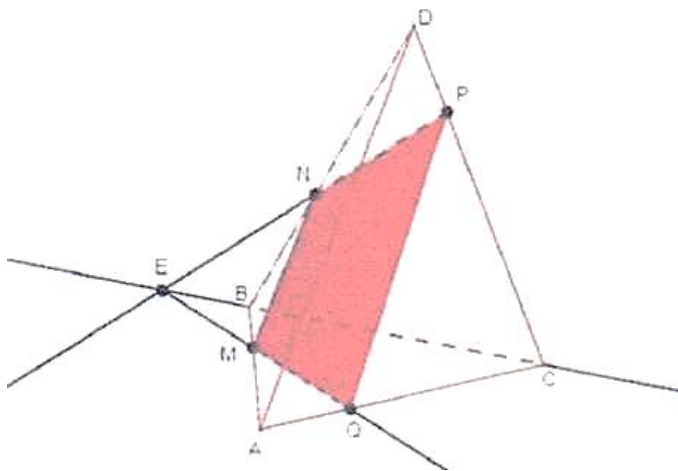


Рис. 2

Задача 2

Точка M лежит на боковой грани ADB тетраэдра $DABC$ (рис. 3). Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно основанию ABC .

Решение

Так как секущая плоскость параллельна плоскости ABC , то она параллельна прямым AB , BC и CA . Следовательно, секущая плоскость пересекает боковые грани тетраэдра по прямым, параллельным сторонам треугольника ABC . Отсюда вытекает следующий способ построения искомого сечения. Проведём через точку M прямую, параллельную отрезку AB ,

и обозначим буквами P и Q точки пересечения этой прямой с боковыми ребрами DA и DB (рис. 4). Затем через точку P проведем прямую, параллельную отрезку AC , и обозначим буквой R точку пересечения этой прямой с ребром DC . Треугольник PQR - искомое сечение

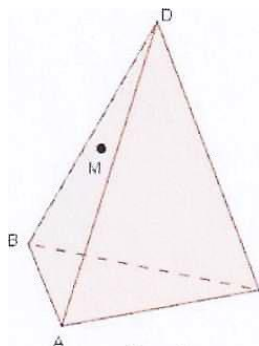
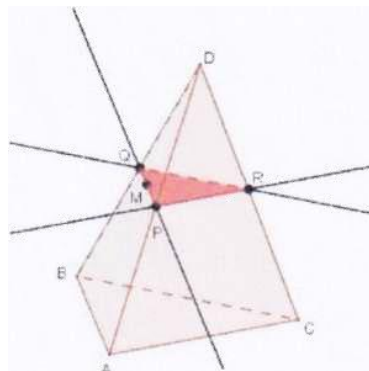


Рис.Рис.

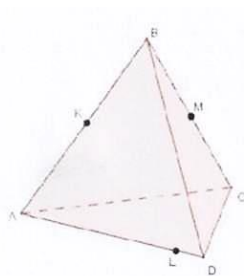
Рис.4



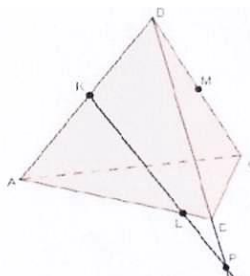
3

Задача 3

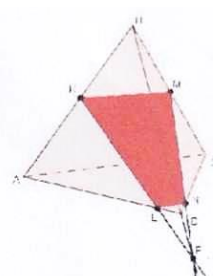
Постройте сечение пирамиды $ABCD$ плоскостью, проходящей через точки K, L, M (рис.5,а; 6,а; 7,а).



A)

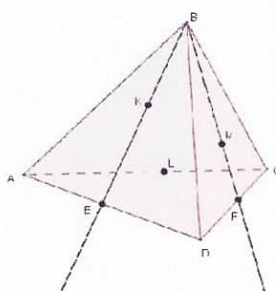


Б)

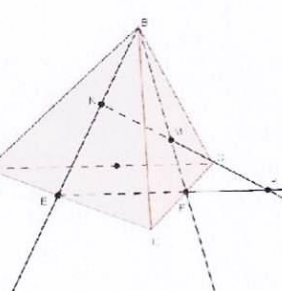


В)

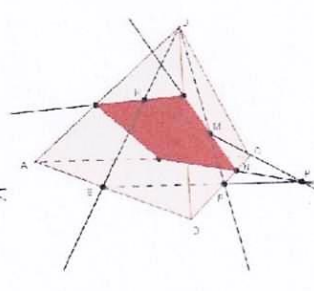
Рис.5



A)



Б)



В)

Рис.6

2. Построение сечения прямоугольного параллелепипеда

Задача

На ребрах параллелепипеда даны три точки A , B и C . Построить сечение параллелепипеда плоскостью ABC .

Решение

Построение искомого сечения зависит от того, на каких ребрах параллелепипеда лежат точки A , B и C . Рассмотрим некоторые частные случаи. Если точки A , B и C лежат на ребрах, выходящих из одной вершины (рис. 7), нужно провести отрезки AB , BC и CA , и получится искомое сечение - треугольник ABC . Если точки A , B и C расположены так, как показано на рисунке 8, то сначала нужно провести отрезки AB и BC , а затем через точку A провести прямую, параллельную BC . Пересечения этих прямых с ребрами нижней грани дают точки E и D . Остается провести отрезок ED , и искомое сечение пятиугольник $ABCDE$ - построено.

Более трудный случай, когда данные точки A , B и C расположены так, как показано на рисунке 9. В этом случае можно поступить так, сначала построим прямую, по которой секущая плоскость пересекается с плоскостью нижнего основания. Для этого проведем прямую AB и продолжим нижнее ребро, лежащее в той же грани, что и прямая AB , до пересечения с этой прямой в точке M . Далее через точку M проведем прямую, параллельную прямой BC . Это и есть прямая, по которой секущая плоскость пересекается с плоскостью нижнего основания. Эта прямая пересекается с ребрами нижнего основания в точках E и F . Затем через точку E проведем прямую, параллельную прямой AB , и получим точку D . Наконец, проводим отрезки AF и CD , и искомое сечение - шестиугольник $ABCDEF$ - построено.

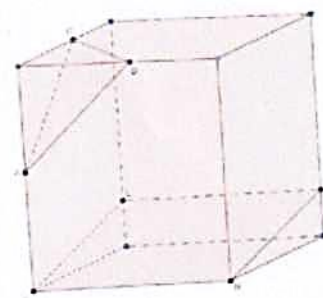


Рис. 7

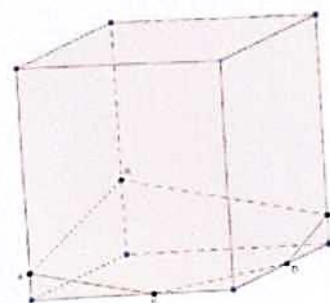


Рис. 8

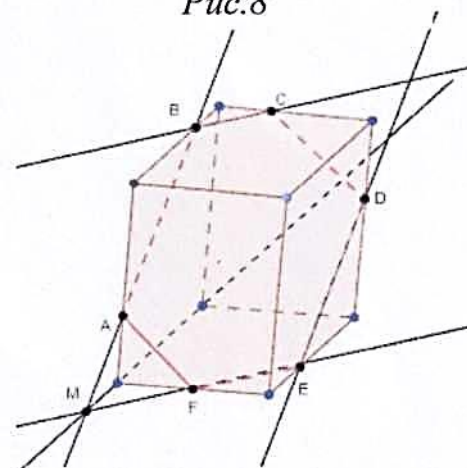


Рис. 9

**Практические задания для самостоятельного решения в среде GeoGebra
разной сложности.**

Вариант 1

1. Постройте призму $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$
2. В призме построенном выше найдите точку пересечения его диагоналей AC_1 и B_1D .
3. Постройте пирамиду $SABCDE$ и ей сечение плоскостью, проходящей через её вершину и точки A и D .
4. Изобразите тетраэдр $DAB C$ и постройте сечения этого тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости грани ABC , если: а) точки M является серединой ребра AD ; б) точка M лежит внутри грани ABD .
5. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечение:
а) плоскостью ABC_1 ; б) плоскостью ACC_1
6. На ребрах треугольной пирамиды взяты три точки, как показано на рисунках 1 а, б, в, г. Постройте сечение пирамиды плоскостью, через три точки отмеченные точки.

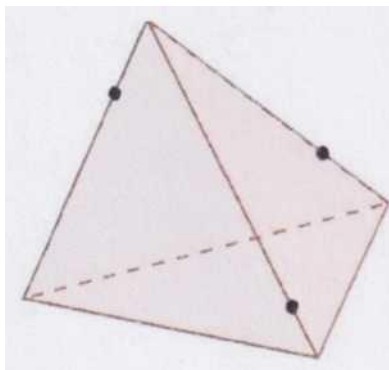


Рис.1 а

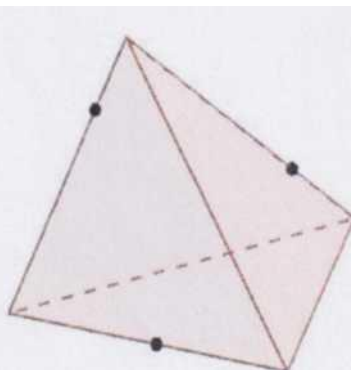


Рис. 1б

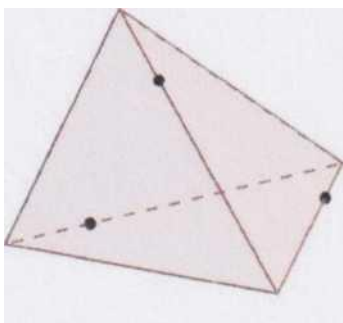


Рис. 1в

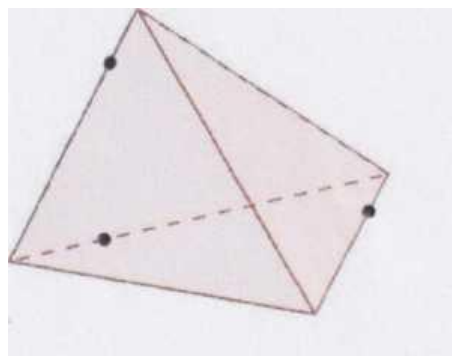


Рис.1г

7. Изобразите треугольную пирамиду, отметьте в плоскостях трех ее граней по точке и постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через эти три точки.

8. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и отметьте внутреннюю точку M грани $AA_1 B_1 B$. Постройте сечение параллелепипеда, проходящее через точку M параллельно: а) плоскости основания $A B C D$; б) грани $B B_1 C_1 C$; в) плоскости $B D D_1 /$

9. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и отметьте точки M и N соответственно на ребрах $B B_1$ и $C C_1$. Постройте точку пересечения: а) прямой MN с плоскостью $A B C$; б) прямой $A M$ с плоскостью $A_1 B_1 C_1$

10. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечения плоскостью BKL , где точка K - середина ребра AA_1 , а точка L - середина ребра CC_1 .

Вариант 2

1. Постройте призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

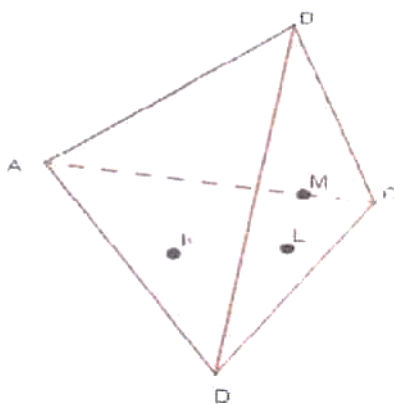
2. В призме построенном выше найдите точку пересечения его диагоналей AC и $B_1 D$.

3. Изобразите тетраэдр $KLMN$. Постройте сечение этого тетраэдра плоскостью, проходящей через ребро KL и середину A ребра MN .

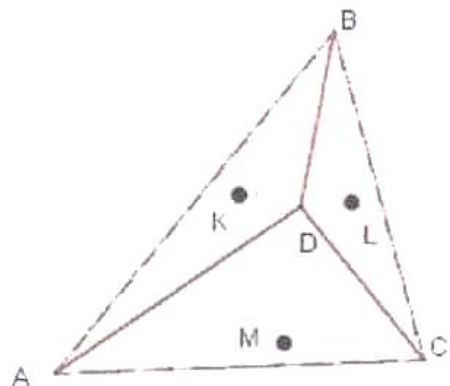
4. На ребрах AD и BC пирамиды $ABCD$ отмечены точки K и M . Постройте точку пересечения прямой KM с плоскостью, проходящей через точки A, B и середину DC .

5. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечения плоскостями ABC_1 и DCB_1 , а также отрезок, по которому эти сечения пересекаются.

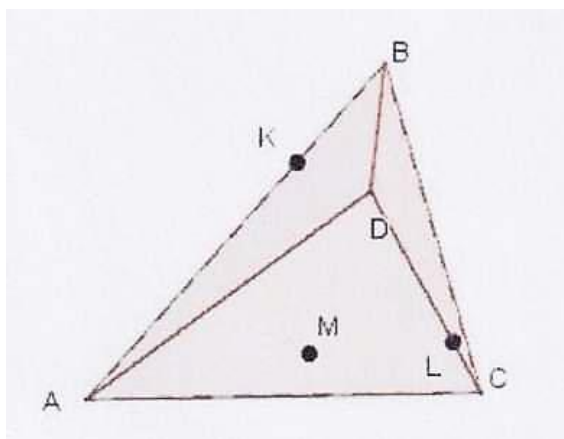
6. Постройте сечение треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через три отмеченные точки (рис. 2, а, б, в, г). Если отмеченная точка находится не на ребре, то она лежит внутри видимой грани пирамиды.



а)



б)



6)

з)

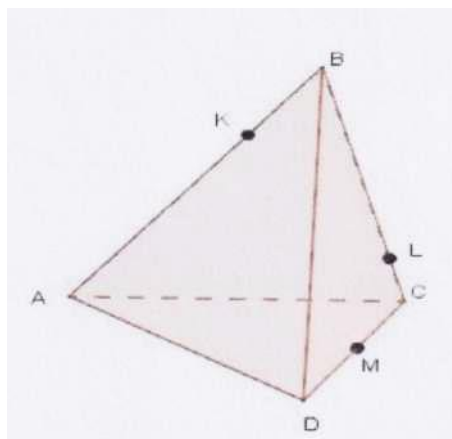


Рис.2

7. . Изобразите пирамиду $ABCD$, отметьте на ребрах CD и AB точки K и M . Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки K и M и параллельной AD .

8. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечения плоскостью, проходящей через: а) ребро CC_1 и точку пересечения диагоналей грани $AA_1 D_1 D$; б) точку пересечения диагоналей грани $ABCD$ параллельно плоскости $AB_1 C_1$.

9. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечения плоскостью, проходящей через диагональ AC основания параллельно диагонали BD_1 . Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и постройте его сечения плоскостью, проходящей через точки B_1 , D_1 и середину ребра CD .

Литература

- 1) Microsoft office - пакет программ для дома и офиса // Наука и жизнь. – 2000 - №6. – С.20-24
- 2) Азевич А.И. Несколько компьютерных программ [Текст] / А.И. Азевич // Математика в школе – 2002г.– №10, – С. 41.
- 3) Бакин, Р. А. Методика формирования пространственного образа при помощи компьютерной анимации [Текст] : выпускная квалификационная работа / Бакин Роман Александрович. – Киров, 2005. – 61 с.
- 4) Величковский, Б.М. Психология восприятия [Текст] / Б.М. Величковский, В.П. Зинченко, А.Р. Лурия.– М., 1973. – 215с.
- 5) Верещагина Н.Н. Преподавание математики в классе с компьютерной поддержкой [Текст] / Н.Н. Верещагина.– <http://centen fio.ru> /
- 6) Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся [Текст] / Под ред. И.С. Якиманской. - М.: Педагогика, 1989.– С.142.
- 7) *Зубрилин А. А., Пауткина О. И.* Некоторые пути формирования пространственных представлений и пространственного воображения на уроках математики и информатики в средней школе [Текст] / *А. А. Зубрилин, О. И. Пауткина* // Педагогическая информатика – 2002. – № 3, – С. 34-45.
- 8) Каплунович, И. Я. Психологические закономерности развития пространственного мышления [Текст] / И. Я. Каплунович // Вопросы психологии, 1987. – №6. – С. 115-122
- 9) Коноплева, Е. А. Методика изучения многогранников в школьном курсе стереометрии [Текст]: выпускная квалификационная работа / Коноплева Елена Александровна. – Киров, 2005. – 65 с.
- 10) Методика обучения геометрии [Текст]: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Гусев, В. В. Орлов, В. А. Панчишина и др.; под ред. В. А. Гусева. – М.: Академия, 2004. – 368 с.
- 11) *Мураховский В. И.* Компьютерная графика: Популярная энциклопедия [Текст] / В.И. Мураховский. М.: АСТ-Пресс, 2002. – 156с.
- 12) *Окулов С.М.* Основы программирования [Текст] / С.М. Окулов. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 234 с.
- 13) *Петросян В.Г., Газарян Р.М.* Решение задач на построение в Paintbrush [Текст] / В.Г. Петросян, Р.М. Газарян // «Информатика и образование». - 2005.– №1, – С. 34-45.
- 14) Пиаже Ж. Как дети образуют математические понятия [Текст] / Ж. Пиаже //

Вопросы психологии. - 1964. – № 6. – С. 121 — 126

15) Смирнова И.М., Смирнов В.А. Изображение пространственных фигур с помощью «Adobe illustrator» [Текст] / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов // Математика в школе. – 2002г. – №10. – С.46.

16) Смирнова И.М., Смирнов В.А. Компьютер помогает геометрии [Текст] / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. - М.: Дрофа, 2003г. – 365с.

17) Угринович Н.Д. Информатика и информационные технологии: Учебник для 10—11 классов [Текст] / Н.Д. Угринович. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 279с.

18) Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников [Текст] / И.С. Якиманская. - М.: Просвещение, 1980. – 325с.

19) Якиманская, И. С. Психологические основы математического образования [Текст]: учеб. пособие для студ. пед. вузов / И. С. Якиманская. – М.: Академия, 2004. – 320 с.