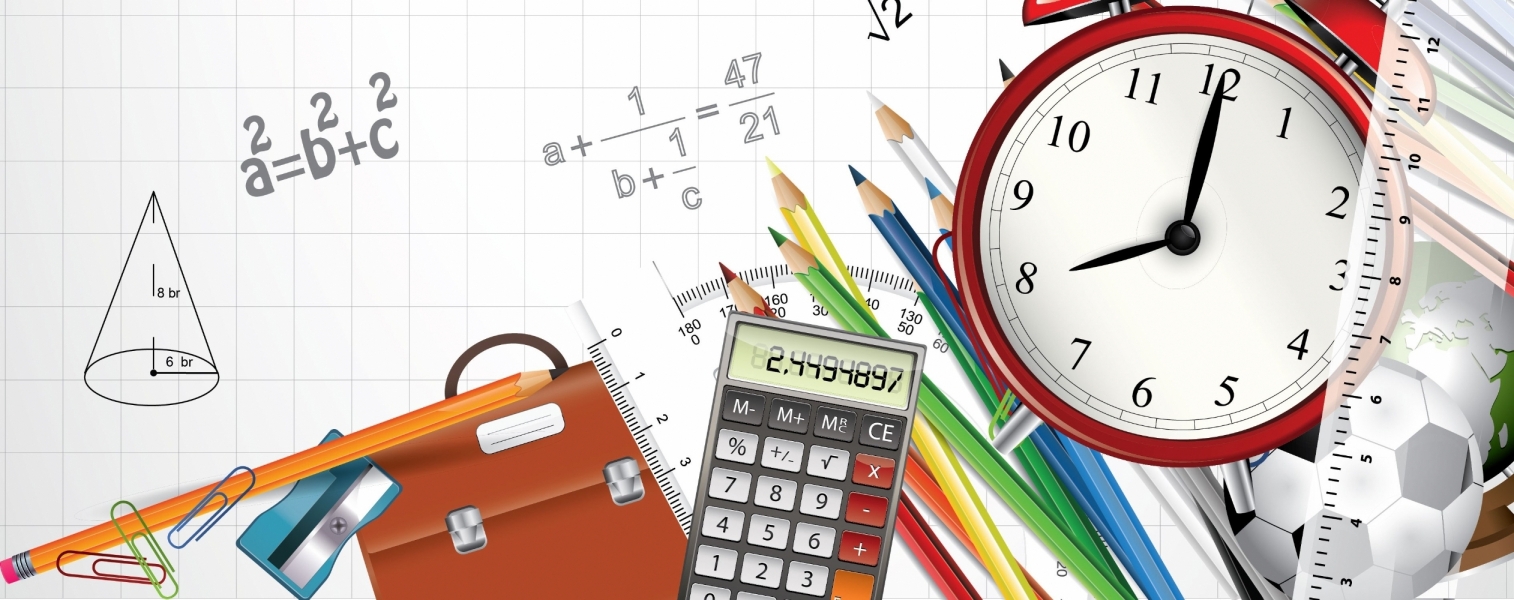
Министерство образования и науки Республики Татарстан

Некоммерческое партнерство «Совет директоров ОУ СПО РТ»

ГАПОУ «Камский государственный автомеханический техникум имени Л.Б. Васильева»



**ПРАКТИКУМ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

**ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

09.02.03 ПРОГРАММИРОВАНИЕ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМАХ

г. Набережные Челны, 2017

**Рассмотрено**

на заседании научно-методического совета

Протокол № 2 от «06» октября 2017 г.

**Разработала:**

**Ильина Е.А**., преподаватель математики

высшей квалификационной категории

ГАПОУ «Камский государственный

автомеханический техникум имени Л.Б. Васильева»

В данном учебно-методическом пособии представлены разноуровневые задания для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы по разделам и темам программы учебной дисциплины «Элементы высшей математики» в соответствии с требованиями ФГОС по специальности 09.02.03. Программирование в компьютерных системах.

Практикум предназначен для преподавателей и обучающихся по данной специальности.

В пособии содержится рисунок и 10 таблиц, всего 47 страниц.

**Рецензенты:**

**Абрарова Р.Г.**, заместитель директора по научно-методической работе ГАПОУ «Камский государственный автомеханический техникум имени Л.Б. Васильева»

**Квятковская С.А.**, преподаватель математики высшей квалификационной категории ГАПОУ СПО «Набережночелнинский политехнический колледж»

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |
| --- | --- |
| Введение………………………………………………………………….... | 4 |
| Содержание заданий………………………………………………………. | 8 |
| «Решение систем линейных уравнений матричным методом, по формулам Крамера, методом Гаусса»………………………………….. | 8 |
| Векторы в пространстве. Кривые второго порядка…………………….. | 12 |
| Вычисление пределов функции различного типа………………………. | 17 |
| Построение графиков функций с полным ее исследованием.............................................................................................. | 20 |
| Вычисление неопределенных интегралов……………………………….. | 23 |
| Исследование функций с помощью производной, вычисление интегралов…………………………………………………...…………….. | 26 |
| Применение определенного интеграла……………………….…………. | 30 |
| Дифференцирование и интегрирование функции двух  переменных………………………………………………………………… | 33 |
| Определение сходимости рядов……………………………….…………. | 37 |
| Решение дифференциальных уравнений…………………….………….. | 40 |
| Итоги апробации учебно-методического пособия……………………… | 44 |
| Рекомендуемая литература……………………………………………...... | 46 |

**ВВЕДЕНИЕ**

Внеаудиторная самостоятельная работа (ВСР) по дисциплине «Элементы высшей математики» разработана для студентов второго курса, обучающихся по специальности 09.02.03 Программирование в компьютерных системах, проводится с целью:

- самостоятельного освоения общих и профессиональных компетенций, указанных в Таблице 1 и 2:

Таблица 1 - Профессиональные компетенции

|  |  |
| --- | --- |
| ПК 1.1 | Выполнять разработку спецификаций отдельных компонентов |
| ПК 1.2 | Осуществлять разработку кода программного продукта на основе готовых спецификаций на уровне модуля. |
| ПК 2.4 | Реализовывать методы и технологии защиты информации в базах данных. |
| ПК 3.4 | Осуществлять разработку тестовых наборов и тестовых сценариев. |

Таблица 2 - Общие компетенции выпускника

|  |  |
| --- | --- |
| ОК. 1. | Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес. |
| ОК. 2. | Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. |
| ОК. 3. | Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность. |
| ОК. 4. | Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития. |
| ОК 5. | Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности. |
| ОК 6. | Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями. |
| ОК 7. | Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий. |
| ОК 8. | Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации. |
| ОК 9. | Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности. |

В процессе самостоятельного выполнения заданий обучающий научится:

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;

- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;

- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;

- решать дифференциальные уравнения путём освоения знаний по основам математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии, основ дифференциального и интегрального исчисления;

Данный практикум позволяет решать следующие образовательные задачи:

- изучение теоретических знаний по темам курса;

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;

- углубление и расширение теоретических знаний;

- формирование умений использовать справочную и дополнительную литературу по дисциплине «Элементы высшей математики», развитие самостоятельности, ответственности и организованности обучающихся.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя. Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся осуществляется на учебных занятиях. Оценка за внеаудиторную самостоятельную работу выставляется в журнал учебных занятий и учитывается при подведении результатов промежуточной аттестации.

Данный практикум содержит задания для внеаудиторной самостоятельной работы, разделенные на основную и дополнительную части.

Выполнение заданий основной части направлено на изучение и отработку знаний, умений, навыков обязательной части дисциплины. В основной части каждого внеаудиторного самостоятельного задания работы разбиты на варианты, имеют разноуровневый характер с учетом уровня математической подготовки студентов.

Поскольку объектами профессиональной деятельности техника-программиста являются математическое, информационное, техническое обеспечение компьютерных систем, техник - программист готовится к выполнению работ по одной или нескольким профессиям рабочих (230103.01 Оператор ЭВМ, 230103.03 Мастер по обработке цифровой информации), должностям служащих, а также к участию в интеграции программных модулей, то выполнение дополнительных заданий позволяет углубить математическую подготовку, проследить связь с другими предметами: экономикой, физикой, геометрией, медициной, биологией. Выполнение дополнительных заданий позволяет познакомиться с основами профессии - численными методами нахождения интегралов, дифференциальных уравнений, значений тригонометрических функций, что является необходимым условием создания компьютерных программ.

В разработке указан вид ВСР, рекомендуемая литература, критерии оценки результатов ВСР.

Ожидаемые результаты:

1. Повышение интереса и мотивации к учебной дисциплине;
2. Повышение качества освоения учебных знаний, умений, навыков, профессиональных и общих компетенций, развитие математического мышления, необходимого для будущего специалиста в области программирования.
3. Повышение уровня самостоятельности при выполнении заданий ВСР, контрольных работ и итогового экзамена по дисциплине;
4. Повышение понимания профессиональной значимости изучаемой дисциплины, её роли в формировании квалификации техника-программиста.

**Содержание заданий**

Раздел программы: Элементы линейной алгебры

Тема: Решение систем линейных уравнений

ВСР № 1: Решение систем линейных уравнений матричным методом, по формулам Крамера, методом Гаусса

Вид задания: выполнение упражнений по вариантам, приведенным в Таблице 3.

Цель ВСР:Сформировать навыки решения систем линейных уравнений различными способами: матричным способом, по правилам Крамера, методом Гаусса.

Таблица 3 - Системы уравнений

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. Решить систему уравнений матричным способом | 2. Решить систему уравнений по правилам Крамера | 3. Решить систему уравнений методом Гаусса |
| 1 вариант |  |  |
| 2 вариант |  |  |
| 3 вариант |  |  |
| 4 вариант |  |  |
| 5 вариант |  |  |
| 6 вариант |  |  |

Дополнительные задания по теме: Использование алгебры матриц и систем линейных уравнений в экономике

Цель:

1. Рассмотреть задачи, использующие понятие матриц.
2. Рассмотреть задачи, приводящие к составлению систем и решению систем линейных алгебраических уравнений на основе прогноза выпуска продукции по известным запасам сырья.
3. Изучить модель Леонтьева многоотраслевой экономики и рассмотреть применение модели Леонтьева на несложных примерах.

Решить задачи:

1. Предприятие выпускает ежесуточно четыре вида изделий, основные производственно-экономические показатели которых приведены в Таблице 4.

Таблица 4 – Производственно-экономические показатели предприятия

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вид изделия п/п | Количество изделий, ед. | Расход сырья, кг/изд. | Норма времени изготовления, ч-изд. | Стоимость изделия, ден.ед./изд. |
| 1 | 20 | 5 | 10 | 30 |
| 2 | 50 | 2 | 5 | 15 |
| 3 | 30 | 7 | 15 | 45 |
| 4 | 40 | 4 | 8 | 40 |

По данным таблицы составить новую таблицу производственно-экономических показателей по следующим условиям:

- количество изделий всех видов увеличивается на 20% ;

- норма времени изготовления по всем изделиям уменьшается на 20%;

-цена на все виды изделий уменьшается на 10%.

-требуется определить следующие ежесуточные показатели: расход сырья S, затраты рабочего времени Т и стоимость Р выпускаемой продукции предприятия, а также их процентные изменения.

2. Предприятие выпускает три вида продукции с использованием трех видов сырья, характеристики производства приведены в Таблице 5.

Таблица 5 – Характеристики производства

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вид сырья | Расход сырья по видам продукции, вес, ед./изд. | | | Запас сырья, вес.ед |
| 1 | 2 | 3 |
| 1  2  3 | 5  10  9 | 12  6  11 | 7  8  4 | 2350  2060  2270 |

Найти объём выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

1. Таблица 6 содержит данные баланса трех отраслей промышленности за некоторый период времени. Требуется определить прирост объёмов валовых выпусков по каждой отрасли (в процентах), если конечное потребление по отраслям увеличить, соответственно, на 30,10 и 50%. Решить задачу методом обратной матрицы и методом Гаусса.

Таблица 6 – Показатели отраслей промышленности

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Отрасль | Потребление | | | Конечный продукт | Валовый выпуск |
| 1 | 2 | 3 |
| 1  2  3 | Добыча и переработка углеводородов  Энергетика  Машиностроение | 5  10  20 | 35  10  10 | 20  20  10 | 40  60  10 | 100  100  50 |

Критерии самооценки:

1. Оценка «отлично» ставится за 3 правильно выполненных задания, оценка «хорошо» ставится за 2 правильно выполненных задания, оценка «удовлетворительно» ставится за 1правильно выполненное задание своего варианта основной части ВСР.
2. За 3 правильно выполненные задания дополнительной части ставится оценка «отлично».

Раздел программы: Элементы аналитической геометрии

Тема: Действия над векторами. Кривые второго порядка.

ВСР № 2: Векторы в пространстве. Кривые второго порядка

Вид задания: решение задач.

Цель ВСР:научиться применять на практике правила и формулы действий над векторами в пространстве, составлять уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы.

1 вариант

1. Даны точки А(3;-1;2) и В(5;1;1).

А) Найдите координаты и модуль вектора . Б) Найдите координаты точки С, если (-4;0;2). В) Точка D лежит на оси y. Найдите ее координаты,. Если =.

2. Найдите скалярное произведение векторов  и , если:

(2;-1;4) , (3;2;-1).

3. Найдите значение m , при котором векторы  и  перпендикулярны, если (2;-4;m), (3;-1;5).

4. Даны точки А(3;-2;1), В(-2;1;3), С(1,3,-2). Найдите угол между векторами  и .

5. Дан треугольник АВС с вершинами А(2;2;2), В(2;2;0), С(2;0;2). Докажите, что данный треугольник- прямоугольный, и назовите его прямой угол.

6. Даны точки В(2;6;-4) и С(8;-6;-8). Найдите координаты середины отрезка ВС.

7. а) Написать уравнение окружности с диаметром АВ, если А(-6;1) и В(-2;3);

б) Эллипс : F (6;0); B(0; 10). Написать уравнение эллипса; найти оси и эксцентриситет;

в) Гипербола: F (14; 0); е =; написать уравнение гиперболы, найти оси, написать уравнения асимптот.

2 вариант

1. Даны точки А(3;-1;2) и В(5;1;1).

А) Найдите координаты и модуль вектора  . Б) Найдите координаты точки С, если (3;-2;1). В) Точка D лежит на оси х. Найдите ее координаты, если .

2. Найдите скалярное произведение векторов  и , если: (-2;3;1) ,

(-1;-1;4).

3. Найдите значение m , при котором векторы  и  перпендикулярны, если (3;2;-1), (2;m;-2).

4. Даны точки А(3;-2;1), В(-2;1;3), С(1,3,-2). Найдите угол между векторами  и .

5. Дан треугольник АВС с вершинами А(6;-4;2), В(3;2;3), С(3;-5;-1). Докажите, что данный треугольник – прямоугольный, и назовите его прямой угол.

6. Даны точки В(2;6;-4) и С(14;2;-10). Найдите координаты середины отрезка ВС.

7. а) Написать уравнение окружности с диаметром АВ, если А(2;-3) и В(-8;1);

б) Эллипс : F (7;0); А(9;0). Написать уравнение эллипса; найти оси и эксцентриситет;

в) Гипербола: F (12; 0); е =; написать уравнение гиперболы, найти оси, написать уравнения асимптот

3 вариант

**1**  Даны точки А(2;-1;0), В(-3;2;1), С(1;1;4). Найдите координаты точки D , если векторы и  равны**.**

**2.** Даны векторы = 2 и (-2;0;6). Найдите значения m и n , при которых векторы -3 и (m; 4; n) коллинеарны.

**3**. Даны точки А (-1;5;3), В(7;-1;3), С(3;-2;6). Докажите, что треугольник АВС- прямоугольный. Найдите длину медианы треугольника, проведенной из вершины прямого угла.

**4**. Найдите угол между векторами  и , если А(3;0;3), В(0;2;2), С(2;2;1), D(1;0;2).

**5**. Даны точки А(-3;1;2) и В(1;-1;-2). А) Найдите координаты и длину вектора. Б) Координаты середины отрезка АВ.

**6**. Вершины треугольника АВС имеют координаты А(-1;2;3), В(1;0;4) , С(3;-2;1).

А) Найдите координаты вектора , если ВМ – медиана треугольника АВС. Б) Найдите длину средней линии треугольника , параллельной стороне АВ.

**7**. а) Эллипс: F (0;4); А(0;9). Написать уравнение эллипса; найти оси и эксцентриситет;

б) Гипербола: F (10; 0); е =; написать уравнение гиперболы, найти оси, написать уравнения асимптот;

в) Парабола: F(10;0). Написать уравнение параболы, написать уравнение директрисы.

4 вариант

1. Даны точки А(2; -1;0), В(3;-2;-1), С(-1;-1;4) Найдите координаты точки D, если векторы  и  равны.
2. Даны векторы =  и (-2;0;4). Найдите значения m и n , при которых векторы -3 и (m; 8; n) коллинеарны.
3. Даны точки А (-1;5;3), В(-1;-3;9), С(3;-2;6). Докажите, что треугольник АВС – прямоугольный. Найдите длину медианы треугольника, проведенной из вершины А.
4. Найдите угол между векторами  и , если А(3;-1;-3);В(3;-2;2),

С(2;-2;3),D(1;2;2).

1. Даны точки А(1;-4;3) и В(-2;0;4). А) Найдите координаты и длину вектора .

Б) Координаты середины отрезка АВ.

|  |
| --- |
| 6. Вершины треугольника АВС имеют координаты А (-2;0;1), В(-1;2;3) ,  С(8;-4;9). А) Найдите координаты вектора , если ВМ – медиана  треугольника АВС. Б) Найдите длину средней линии треугольника ,  параллельной стороне АС. |
| 7. а) Эллипс : F (5;0); B(0; 2). Написать уравнение эллипса; найти оси и эксцентриситет;  б) Гипербола: F (16;0); е=; написать уравнение гиперболы, найти оси,  написать уравнения асимптот;  в) Парабола: уравнение директрисы х=-12. Написать уравнение параболы.  Найти фокус.  Дополнительные задания по теме: Приложения кривых второго  порядка в экономике  Цель:Изучить кривые спроса и предложения, точку равновесия; паутинную модель рынка.  Выполнить упражнения:  Спрос и предложение на некоторый товар на рынке описывается линейными зависимостями вида D(P)=a-bP, S(P)=dP+c.  1.Определить равновесную цену. 2. Найти графическим способом, является ли  модель рынка «скручивающейся». Варианты задания параметров зависимостей  спроса и предложения:  А) а=2, b=5, c=3, d=2; Б) а=5 b=3, c=1, d=4. |

Критерии самооценки:

1. Оценка «отлично» ставится за 7 правильно выполненных задач, оценка «хорошо» ставится за 5-6 правильно выполненных задач, оценка «удовлетворительно» ставится за 3-4правильно выполненные задачи своего варианта основной части ВСР.

2. За правильно выполненное задание дополнительной части ставится оценка «отлично».

Раздел программы: Элементы математического анализа

Тема: Теория пределов

ВСР № 3: Вычисление пределов функции различного типа

Вид задания: выполнение упражнений на вычисление пределов функций из Таблицы 7.

Цель ВСР: Овладеть теоретическими знаниями и практическими умениями по теме, т.е. вычисление пределов функции в точке, пределов типа (0/0), пределов функции на бесконечности, замечательных пределов.

Таблица 7 – Пределы функций

|  |
| --- |
| 1 вариант*Вычислите пределы:*  1) ;2) ;3) ;4) ;5) ;  6) ;7) ;8) ;9) (). |
| 2 вариант*Вычислите пределы:*  1) ;2) ;3) ;4) ;  5) ;6) ;7) ;8) ;9) . |
| 3 вариант*Вычислите пределы:*  1);2) ;3);4) ;5) ;6) ;7) ;8) ;9) . |
| Продолжение таблицы 7 |
| 4 вариант*Вычислите пределы:*  1);2) ;3) ;4) ;5) ;  6) ;7) ;8) ;9) . |
| 5 вариант*Вычислите пределы:*  1);2) ;3) ;4) ;5) ;  6) ;7) ;8) ;9) . |
| 6 вариант *Вычислите пределы:*  1) ;2) ;3) ;4) ;  5) ;6);7) ;8) ;9) . |

Дополнительные задания по теме: Применение пределов последовательностей в экономике

Цель: Изучить формулу сложных процентов.

Выполнить упражнения:

1. Прирост населения в стране составляет Р=5% в год. Население удвоится за … лет.
2. Темп инфляции составляет в месяц 6%. Чтобы прибыль от кредитования составляла 12% в год, процент годовой ставки кредита, выдаваемого банком, должен быть …%.
3. Коммерческий банк аккумулирует средства предприятий в среднем на 6 месяцев. За это время он успевает три раза «прокрутить» эти деньги в виде краткосрочных кредитов, выдаваемых частным предпринимателям на три месяца под 4 % в месяц. Сколько процентов прибыли получает банк от этой операции?

Критерии самооценки:

1) Оценка «отлично» ставится за 9 правильно выполненных заданий, оценка «хорошо» ставится за 7-8 правильно выполненных заданий, оценка «удовлетворительно» ставится за 5-6 правильно выполненных заданий своего варианта основной части ВСР.

2) За три правильно выполненные задания дополнительной части ставится оценка «отлично».

Раздел программы: Элементы математического анализа

Тема: Дифференциальное исчисление

ВСР № 4: Построение графиков функций с полным ее исследованием

Вид задания: выполнение упражнений на построение графиков функций, указанных в Таблице 8.

Цель ВСР:применять на практике и систематизировать основополагающие понятия по теме «Функции и графики».

Таблица 8 - Задания на исследование функций и построение графиков

|  |  |
| --- | --- |
| 1 вариант  Исследовать функцию с помощью производной, построить график:   1. У=; 2. у=; 3. у=. | 2 вариант  Исследовать функцию с помощью производной, построить график:   1. У= 2. у=;   3)у=. |
| 3 вариант  Исследовать функцию с помощью производной, построить график:   1. У=; 2. у=; 3. у=. | 4 вариант  Исследовать функцию с помощью производной, построить график:   1. У=; 2. у=; 3. у=. |
| 5 вариант  Исследовать функцию с помощью производной, построить график:   1. У=; 2. у=; 3. у=. | 6 вариант  Исследовать функцию с помощью производной, построить график:   1. У=; 2. у=; 3. у=. |

Дополнительные задания по теме: Применение производной для решения прикладных задач

Цель:Рассмотреть скорость изменения некоторой переменной величины х как ее производную по времени .

Решить задачи:

1. Закон изменения температуры тела Т в зависимости от времени выражается формулой Т= 2,5. С какой скоростью нагревается тело в 2 с?
2. Концентрация (с) некоторого вещества в крови человека вследствие его выведения из организма изменяется с течением времени (t –в часах) по закону c(t)=2(мг/л). Построить график зависимости концентрации от времени. Найти скорость изменения концентрации, какой смысл имеет знак скорости? Рассчитать время, в течение которого концентрация уменьшается в е раз.
3. Разряд конденсатора емкостью С и зарядом q через сопротивление R описывается уравнением q= (Кл). Найти скорость изменения заряда конденсатора с течением времени t. Построить график этой зависимости. Какова величина этой скорости в начале разряда (t=0)? Чему равна постоянная времени этого процесса по Рисунку 1?

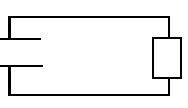


Рисунок –Схема электрической цепи

1. Рост клеток (бактерий) в условиях ограниченности питательных веществ или пространства в течение начального интервала времени t происходит по экспоненте. Закон увеличения клеток имеет вид: N=, где - это число клеток в начальный момент времени t=0; k- постоянная величина, зависящая от вида клеток, характера среды и т.п. Постройте график зависимости для и . Что характеризует величина k в процессе роста численности популяции с математической точки зрения?

Критерии самооценки:

1. Оценка «отлично» ставится за три правильно выполненных задания, оценка «хорошо» ставится за два правильно выполненных задания, оценка «удовлетворительно» ставится за одно правильно выполненное задание своего варианта основной части ВСР.
2. За три правильно выполненные задания дополнительной части ставится оценка «отлично».

Раздел программы: Элементы математического анализа

Тема: Интегральное исчисление

ВСР № 5: Вычисление неопределенных интегралов

Вид задания: выполнение упражнений на исчисление интегралов, приведенных в Таблице 9.

Цель ВСР:научиться находить табличные интегралы, выполнять замену переменной в неопределенном интеграле, интегрировать по частям, интегрировать дробно-рациональные функции.

Таблица 9 - Неопределенные интегралы

|  |
| --- |
| 1 вариант  Найти интегралы:  1); 2); 3) ;4); 5) ;6). |
| 2 вариант  Найти интегралы:  1); 2) ;3); 4); 5)  ;6). |
| 3 вариант  Найти интегралы:  1); 2) ;3); 4); 5); 6) |
| 4 вариант  Найти интегралы:  1); 2); 3); 4); 5) ;6). |
| Продолжение таблицы 9 |
| 5 вариант  Найти интегралы:  1); 2) ;3); 4); 5) ;6). |
| 6 вариант  Найти интегралы:  1); 2); 3); 4) ;5);  6). |

Дополнительные задания по теме: Применение неопределенного интеграла для решения прикладных задач

Цель: Научиться определять зависимость, уравнение процесса путем нахождения неопределенного интеграла.

Решить задачи:

1. Ток в цепи, содержащей конденсатор, меняется с течением времени по закону, где и - известные постоянные величины. Определить, как изменяется со временем заряд конденсатора, если в момент времени, когда ток максимален, заряд конденсатора равен нулю.
2. В любой момент времени ускорение тела а=(м/). Найти зависимость пройденного пути от времени движения, зная, что тело начало двигаться из состояния покоя с начальной скоростью 8 м/с.
3. Сила, действующая на тело, в направлении движения меняется со временем по закону F=6t (H). Найти скорость тела в любой момент, зная, что в момент начала отсчета времени она была равна 1м/с. Масса тела 3 кг.
4. Скорость движения кисти руки задана уравнением v=(см/с). Найти уравнение движения кисти, если за первые 6с было пройдено 40см.

Найти закон изменения скорости тела, если уравнение ускорения имеет вид: а=3-4t+4 (м/с) и если через 2с скорость тела была 16м/с.

Критерии самооценки:

1. Оценка «отлично» ставится за 6 правильно выполненных заданий, оценка «хорошо» ставится за 5 правильно выполненных заданий, оценка «удовлетворительно» ставится за 4 правильно выполненных задания своего варианта основной части ВСР.
2. За три правильно выполненные задания дополнительной части ставится оценка «отлично».

Раздел программы: Элементы математического анализа

Тема: Интегральное исчисление

ВСР № 6: Исследование функций с помощью производной,

вычисление интегралов

Вид задания: Выполнение упражнений

Цель ВСР:научиться применять на практике знания, умения и навыки, полученные по теме для решения различных задач, т.е. исследование функции на выпуклость, точки перегиба, вычисление интегралов подстановкой и по частям, вычисление объема тела вращения.

|  |
| --- |
| 1 вариант   1. Найти промежутки выпуклости кривой у= х. 2. Исследовать на выпуклость и точки перегиба кривую f(x)=x 3. Найти неопределенный интеграл способом подстановки: А);   Б) ;   1. Применяя формулу интегрирования по частям, найти интеграл: 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры ограниченной линиями   у=1-х, у=0, х=0. |

2 вариант

1. Найти промежутки выпуклости кривой у=х.
2. Исследовать на выпуклость и точки перегиба кривую f(x)=x.
3. Найти неопределенный интеграл способом подстановки: а) ;

Б) .

1. Применяя формулу интегрирования по частям, найти интеграл: 
2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры ограниченной линиями у=е, у=0, х=0, х=1.

|  |
| --- |
| 3 вариант   1. Найти промежутки выпуклости кривой у=(х-1)(х-2)(х-3). 2. Исследовать на выпуклость и точки перегиба кривую f(x) = x+x. 3. Найти неопределенный интеграл способом подстановки: а),   Б) .  4) Применяя формулу интегрирования по частям, найти интеграл:  5) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры ограниченной  линиями у = 4х - х, у = х. |
| 4 вариант   1. Найти промежутки выпуклости кривой у=(х-1). 2. Исследовать на выпуклость и точки перегиба кривую f(x)= -x. 3. Найти неопределенный интеграл способом подстановки: а);   Б) .  4) Применяя формулу интегрирования по частям, найти интеграл:  5) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры ограниченной линиями у=, у=0, х=0, х=2. |
| 5 вариант  1) Найти промежутки выпуклости кривой у=.  2 ) Исследовать на выпуклость и точки перегиба кривую f(x)=x  3) Найти неопределенный интеграл способом подстановки: а);  Б) .  4) Применяя формулу интегрирования по частям, найти интеграл:  5) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры ограниченной линиями у= х, у=1, х=0. |
| 6 вариант  1) Исследовать на выпуклость и точки перегиба кривую f(x)=x  2) Исследовать на выпуклость и точки перегиба кривую f(x)=.  3) Найти неопределенный интеграл способом подстановки: а);  Б) .  4) Применяя формулу интегрирования по частям, найти интеграл:  5) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры ограниченной линиями у=х, у= х. |

Дополнительные задания по теме: Применение определенного интеграла для решения прикладных задач

Цель: Рассмотреть вычисление площади криволинейной трапеции, некоторые задачи экономики при помощи определенного интеграла.

Решить задачи:

1. Вычислить аналитически и дать геометрическую интерпретацию, т.е. вычислить площадь криволинейной трапеции.Найти суточное потребление электроэнергии в кВтч, если мощность Р потребляемой городом электроэнергии выражается формулой:

Р=

где t- текущее время суток (ч).

1. Найти работу при растяжении мышцы на 4 см, если для ее растяжения на 1см требуется нагрузка 10Н. Считать, что сила, необходимая для растяжения мышц пропорциональна ее удлинению.

Критерии самооценки:

1. Оценка «отлично» ставится за 5 правильно выполненных заданий, оценка «хорошо» ставится за 4 правильно выполненных задания, оценка «удовлетворительно» ставится за 3 правильно выполненные задания своего варианта основной части ВСР.

2.За три правильно выполненные задания дополнительной части ставится оценка «отлично».

Раздел программы: Элементы математического анализа

Тема: Интегральное исчисление

ВСР № 7: Применение определенного интеграла

Вид задания: решение задач.

Цель ВСР: научиться решать задачи на вычисление длины дуги полукубической параболы, вычисление работы, произведенной при сжатии пружины и произведенной при выкачивании воды из резервуара.

1 вариант

1. Найдите длину дуги полукубической параболы =х между точками О(0;0) и А().

2. Вычислите работу , произведенную при сжатии пружины на 0,06м, если для сжатия ее на 0,01м нужна сила 10Н.

3. Вы числите работу , произведенную при выкачивании воды из резервуара цилиндрической формы (R=2 м, H=1 м), наполненного доверху водой ( вес воды в объеме 1 м приблизительно равен 9807 Н).

2 вариант.

1. Найдите длину дуги полукубической параболы 9=4х между точками О(0;0) и А(3; 2).

2. Вычислите работу, произведенную при сжатии пружины на 0,04м, если для сжатия ее на 0,02м была затрачена работа 40 Дж.

3. Вычислите силу давления воды на вертикальную площадку, имеющую форму треугольника с основанием 5м и высотой 3 м. Уровень воды совпадает с вершиной треугольника.

3 вариант

1. . Найдите длину дуги полукубической параболы =16х между точками О(0;0) и А(1; 2).

2. Вычислите работу, произведенную при растяжении пружины на 0,05м, если для растяжения ее на 0,02м нужна сила 40Н.

3. Вычислите работу, произведенную при выкачивании воды из резервуара , имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с основаниями 3 и 4м и высотой 2м, наполненного доверху водой ( вес воды в объеме 1 м приблизительно равен 9807 Н).

4 вариант

1. Найдите длину дуги полукубической параболы 9=х между точками О(0;0) и А(1; 2).

2. Для растяжения пружины на 0,03м необходимо произвести работу 12Дж. На какую длину можно растянуть пружину , затратив работу 48 Дж?

3. Вычислите силу давления воды на вертикальную площадку, имеющую форму треугольника с основанием 6м и высотой 2 м. Уровень воды совпадает с основанием треугольника.

Дополнительные задания по теме: Вычисление определенного интеграла приближенными методами

Цель: Рассмотреть приближенные методы вычисления определенного интеграла, такие как формула прямоугольников, формула трапеций, формула Симпсона.

Решить задачи:

1. Вычислить по формуле прямоугольников определенный интеграл .Оценить погрешность вычислений.
2. Вычислить интеграл по формуле трапеций, приняв шаг разбиения равным h=0,1. Оценить погрешность.
3. Вычислить интеграл по формуле Симпсона с точностью до 0,001.

Критерии самооценки:

1. Оценка «отлично» ставится за три правильно выполненных задания, оценка «хорошо» ставится за два правильно выполненных задания, оценка «удовлетворительно» ставится за одно правильно выполненное задание своего варианта основной части ВСР.

2.За три правильно выполненные задания дополнительной части ставится оценка «отлично».

Раздел программы: Элементы математического анализа

Тема: Дифференциальное и интегральное исчисление функции двух переменных

ВСР №8: Дифференцирование и интегрирование функции двух переменны

Вид задания: выполнение упражнений

Цель ВСР: научиться вычислять полный дифференциал функции в точке, повторный интеграл, двойной интеграл по области.

1 вариант

1. Вычислить полный дифференциал функции в заданной точке

Z= , M(3;-1).

1. Вычислить повторный интеграл

.

1. Вычислить двойной интеграл по области , ограниченной указанными линиями

, xy=4, x+y-5=0.

2 вариант

1. Вычислить полный дифференциал функции в заданной точке

Z= , M(4;1).

1. Вычислить повторный интеграл

.

1. Вычислить двойной интеграл по области , ограниченной указанными линиями

, x=0, y=x, y=6-.

3 вариант

1. Вычислить полный дифференциал функции в заданной точке

Z= , при х=1, у=2, dx=0,2, dy=0,3.

1. Вычислить повторный интеграл

.

1. Вычислить двойной интеграл по области , ограниченной указанными линиями

,

4 вариант

1. Вычислить полный дифференциал функции в заданной точке

Z= , при х=3, у=1, dx=0,1, dy=0,2.

1. Вычислить повторный интеграл

.

1. Вычислить двойной интеграл по области , ограниченной указанными линиями

, x=-2, y=, х=2, y=4.

5 вариант

1. Вычислить полный дифференциал функции в заданной точке

Z= , М(1;0).

1. Вычислить повторный интеграл

.

1. Вычислить двойной интеграл по области , ограниченной указанными линиями

, у=х, у= , х=2.

6 вариант

1. Вычислить полный дифференциал функции в заданной точке

Z= , М(-1;1).

1. Вычислить повторный интеграл

.

1. Вычислить двойной интеграл по области, ограниченной указанными линиями

, у=х, у= , х.

Дополнительные задания по теме: Применение функций нескольких переменных в практических задачах

Цель: Рассмотреть тему «Локальный экстремум функции нескольких переменных»; вычисление массы пластинки с поверхностной плотностью.

Решить задачи:

1) Цены двух видов товаров равны, соответственно, =32 и =24 денежные единицы. Определить, при каких количествах х и у продаж этих товаров прибыль будет максимальной, если функция издержек имеет вид С= +2ху+.

2) Цены двух видов товаров равны, соответственно, =23 и =32 денежные единицы. Определить, при каких количествах х и у продаж этих товаров прибыль будет максимальной, если функция издержек имеет вид С=3+6ху+.

3) Определите массу пластинки, ограниченной линиями: =4х, (у, х=1, у=0, если поверхностная плотность пластинки задана функцией .

4) Определите массу пластинки, ограниченной линиями: =4, =25, х=0, у=0 (х, если поверхностная плотность пластинки задана функцией .

Критерии самооценки:

1. Оценка «отлично» ставится за три правильно выполненных задания, оценка «хорошо» ставится за два правильно выполненных задания, оценка «удовлетворительно» ставится за одно правильно выполненное задание своего варианта основной части ВСР.

2. За три правильно выполненные задания дополнительной части ставится оценка «отлично».

Раздел программы: Элементы математического анализа

Тема: Теория рядов

ВСР №9: Определение сходимости рядов

Вид задания: выполнение упражнений

Цель ВСР: научиться находить сумму ряда, исследовать сходимость ряда при помощи признаков сходимости, раскладывать функцию в степенной ряд.

1 вариант

1. Найдите сумму ряда .
2. Используя признак сравнения , исследуйте сходимость ряда .
3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда .
4. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость .
5. Разложите в ряд Тейлора функцию f(х) = по степеням х-1.

2 вариант

1. Найдите сумму ряда .
2. Используя признак сравнения, исследуйте сходимость ряда .
3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда .
4. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость .
5. Разложите в ряд Тейлора функцию f(х) =cosx по степеням х+.

3 вариант

1. Найдите сумму ряда .
2. Используя признак сравнения, исследуйте сходимость ряда .
3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда .
4. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость .
5. Разложите в ряд Тейлора функцию f(х) = по степеням х+3.

4 вариант

1. Найдите сумму ряда .
2. Используя признак сравнения, исследуйте сходимость ряда .
3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда .
4. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость .
5. Разложите в ряд Тейлора функцию f(х) =cos по степеням х +.

5 вариант

1. Найдите сумму ряда .
2. Используя признак сравнения, исследуйте сходимость ряда .
3. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда .
4. Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость .
5. Разложите в ряд Тейлора функцию f(х) =x по степеням х+1.

Дополнительные задания по теме: Применение степенных рядов

Цель: Рассмотреть применение степенных рядов к приближенным вычислениям значений функций и вычислению определенных интегралов.

Выполнить упражнения:

1. Используя соответствующие ряды, выполните вычисления с заданной точностью. Ответ проверьте на микрокалькуляторе.

С точностью до 0,0001: 1) , 2) , 3) .

1. Используя соответствующие ряды, выполните вычисления с заданной точностью.

А) С точностью до 0,0001: 1) ; 2) .

Б) С точностью до 0,001: 1) ; 2) .

Критерии самооценки:

1. Оценка «отлично» ставится за 5 правильно выполненных заданий, оценка «хорошо» ставится за 4 правильно выполненных задания, оценка «удовлетворительно» ставится за 3 правильно выполненные задания своего варианта основной части ВСР.

2. За правильно выполненные задания дополнительной части ставится оценка «отлично».

Раздел программы: Элементы математического анализа

Тема: Обыкновенные дифференциальные уравнения

ВСР №10: Решение дифференциальных уравнений

Вид задания: решение упражнений

Цель ВСР: научиться решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения первого порядка, линейные уравнения ІІ порядка с постоянными коэффициентами.

1 вариант

1. Решить уравнение с разделяющимися переменными

Ydx-xdy=0.

1. Решить линейное уравнение порядка
2. Решить линейное уравнение ІІ порядка с постоянными коэффициентами

+3-4y=0.

1. Найти решение уравнения , удовлетворяющее начальным условиям

3y=0, у(0)=2, (0)=3.

2 вариант

1. Решить уравнение с разделяющимися переменными

(1+y)dx-(1-x)dy=0.

1. Решить линейное уравнение порядка
2. Решить линейное уравнение ІІ порядка с постоянными коэффициентами

-3y=0.

1. Найти решение уравнения , удовлетворяющее начальным условиям

y=0, у(0)=2, (0)=1.

3 вариант

1. Решить уравнение с разделяющимися переменными

(1+x)ydx+(1-y)xdy=0.

1. Решить линейное уравнение порядка -ay=
2. Решить линейное уравнение ІІ порядка с постоянными коэффициентами

y=0.

1. Найти решение уравнения , удовлетворяющее начальным условиям

y=0, у(0)=-1, (0)=3.

4 вариант

1. Решить уравнение с разделяющимися переменными

() + +x=0.

1. Решить линейное уравнение порядка x(1-
2. Решить линейное уравнение ІІ порядка с постоянными коэффициентами

y=0.

1. Найти решение уравнения , удовлетворяющее начальным условиям

y=0, у(0)=2, (0)=8.

5 вариант

1. Решить уравнение с разделяющимися переменными

(1 +)dx-dy=0 , y(0)=1.

1. Решить линейное уравнение порядка .
2. Решить линейное уравнение ІІ порядка с постоянными коэффициентами

y=0.

1. Найти решение уравнения , удовлетворяющее начальным условиям

y=0, у(0)=0, (0)=1.

6 вариант

1. Решить уравнение с разделяющимися переменными

dy+(y-1)dx=0.

1. Решить линейное уравнение порядка ; y(1)=4.
2. Решить линейное уравнение ІІ порядка с постоянными коэффициентами

=0.

1. Найти решение уравнения , удовлетворяющее начальным условиям

y=, у(0)=4, (0)=-4.

Дополнительные задания по теме: Применение дифференциальных уравнений для решения прикладных задач

Цель: Рассмотреть применение простейших дифференциальных уравнений для решения практических задач; численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений, метод Эйлера для решения задачи Коши.

Решить задачи:

1. Скорость растворения лекарственного вещества в таблетках пропорциональна количеству лекарства в таблетке. Известно, что при t=0 m=. Найти закон растворения таблетки (т.е. закон изменения массы), если период полурастворения таблетки T.
2. В культуре дрожжей быстрота прироста дрожжевого фермента пропорциональна количеству, имеющемуся в наличии в начальный момент . Если это количество удваивается в течении часа, то во сколько раз оно возрастает за 2,5 часа? То есть определить закон прироста дрожжевого фермента в зависимости от времени.
3. Известно, что скорость распада радия пропорциональна его конечному количеству

и что половина его первоначального количества распадается в течение 1600 лет. Определить, какой процент данного в количестве радия распадется в течение 100 лет.

1. Популяция бактерий увеличивается таким образом, что удельная скорость роста в момент t (час) составляет величину . Допустим, что начальной популяции соответствует х(0)=1000. Какой будет популяция после 4 часов роста? После 12 часов?
2. Применяя метод Эйлера, численно решить дифференциальные уравнения с данными начальными условиями с шагом h и :

А) = , y(0)=1, h=0,1, 0;

Б) =- 0,25, y(1)=2, h=0,1, 1;

В) =1+x+ y(0)=1, h=0,1, 0.

Критерии самооценки:

1. Оценка «отлично» ставится за 4 правильно выполненных задания, оценка «хорошо» ставится за 3 правильно выполненных задания, оценка «удовлетворительно» ставится за 2 правильно выполненные задания своего варианта основной части ВСР.

2. За три правильно выполненные задания дополнительной части ставится оценка «отлично».

**ИТОГИ АПРОБАЦИИ УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКОГО ПОСОБИЯ**

Данный практикум разрабатывался с 2014 года и по мере разработки внедрялось в учебный процесс, как необходимое условие организации внеаудиторной самостоятельной работы. Пособие дополнялось новыми видами ВСР исходя из опыта внедрения в учебную деятельность, с учетом трудностей в самостоятельном выполнении обучающимися отдельных заданий, с учетом видов заданий, которые вызвали наибольший интерес у обучающихся.

Апробация пособия проведена на базе следующих групп техникума:

2014 - 2015 учебный год - группа 23 К;

2015 - 2016 учебный год - группы 25К, 24 К;

2016 -2017 учебный год - группы 26К, 27К;

2017 -2018 учебный год - группы 28К, 29К;

Все указанные группы обучаются по программе подготовки специалистов среднего звена «Программирование в компьютерных системах».

За время внедрения материалов пособия преподаватель отмечает изменение качественных и количественных показателей в учебной деятельности:

1. Повысился уровень самостоятельности обучающихся в ликвидации образовавшихся пробелов в знаниях, в том числе за счет поливариатности заданий;

2. Обучающие безошибочно научились выстраивать логику в подборе и решении заданий для более качественного освоения материала;

3. В ходе внедрения материалов ВСР, повышения требований к выполнению заданий, внедрению промежуточного контроля выполнения с учетом согласованного с обучающимися графика предоставления итогов выполнения ВСР повысились учебные результаты. Сводные данные по количественным показателям в разрезе групп приведены в Таблице 10.

Таблица 10 - Сводные результаты успеваемости и качества знаний по дисциплине Элементы высшей математики

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Учебный год | Номер группы | % успеваемости по дисциплине | % качества знаний по дисциплине |
| 2014 - 2015 | группа 23 К | 96,4 | 48,0 |
| 2015 - 2016 | группы 25К  24 К | 96,3  96,8 | 49,7  50,1 |
| 2016 -2017 | группы 26К  27К | 100  96,9 | 54,8  50,7 |
| 2017 -2018 | группы 28К  29К | 100  97,5 | 68,0  52,4 |

Актуальность данного учебного пособия повышается при реализации индивидуальных учебных планов, при необходимости организовать работу по ликвидации академических задолженностей по дисциплине (пропуски учебных занятий по причине или болезни), в ходе подготовки к практической части экзамена по данной дисциплине. Так же пособие будет полезно при организации обучения по заочной форме.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Богомолов Н.В. и др. Практические занятия по математике. – М.: Юрайт, 2013.-495с.

2. [Шипачев В. С.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbknov&code=6&page=6#none) Задачник по высшей математике : учеб. пособие / В.С. Шипачев. — 10-е изд., стереотип. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 304 с. — (Высшее образование).

3. [Лурье И. Г.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=4#none) Высшая математика : практикум / И.Г. Лурье, Т.П. Фунтикова. — М. :Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2017. — 160 с.

4. [Шипачев В. С.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=4#none) Задачник по высшей математике : учеб. пособие / В.С. Шипачев. — 10-е изд., стереотип. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 304 с. — (Высшее образование).

5. [Дадаян А. А.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=5#none) Математика : учебник / А.А. Дадаян. — 3-е изд., испр. и доп. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 544 с. — (Cреднее профессиональное образование).

6. [Дегтярева О. М.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=5#none) Математика в примерах и задачах : учеб. пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова, Н.В. Никонова, С.Н. Нуриева. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 372 с. — (Высшее образование: Бакалавриат).

7. [Бардушкин В. В.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=6#none) Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 т. Т. 1 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. — 304 с. — (Среднее профессиональное образование).

8. [Бардушкин В. В.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=6#none) Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 т. Т. 2 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. — 368 с. — (Среднее профессиональное образование).

9. [Песчанский А. И.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=15#none) Математика для экономистов: основы теории, примеры и задачи: Учебное пособие / Песчанский А.И. - М.:Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 520 с.: 60x90 1/16. - (Севастопольский государственный университет) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-9558-0493-4

10. [Демина Т. И.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=16#none) Математический анализ для экономистов: практикум: Учебное пособие/Т.И.Демина, О.П.Шевякова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 365 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-010388-4, 500 экз.

11. [Пантелеев А. В.](http://znanium.com/catalog.php?item=tbk&code=61&page=18#none) Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 432 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-16-011973-1

12. Лисичкин В.Т., Соловейчик И. Л. Математика в задачах с решениями. – Спб.:издательство «Лань», 2012.-464с.

Интернет-ресурсы:

1. <http://siblec.ru> - Справочник по Высшей математике.

2. <http://matclub.ru> - Высшая математика, лекции, курсовые, примеры решения задач, интегралы и производные, дифференцирование, производная и первообразная, ТФКП, электронные учебники.